

Konzentrierte und polydisperse Ferrofluide im **Magnetic Particle Imaging**

Jan-Philip Gehrcke

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

18. Mai 2009

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Polydispersität
- 3 Konzentrationsabhängigkeit

Magnetisierungskurve im MPI

Die Magnetisierungskurve $M(H)$ übersetzt das eingestrahlte Feld in ein Antwortfeld \rightarrow MPI-Signal

MPI: Magnetisierungskurve von Ferrofluiden

möglichst exakte Theorie zu $M(H)$ ist essentiell

Erforderlich fuer realitätsgetreue Simulation des MPI-Signals

- $M(H)$ korrekt für großen Konzentrations- und Temperaturbereich
- numerisch gut implementierbar

MPI: Magnetisierungskurve von Ferrofluiden

möglichst exakte Theorie zu $M(H)$ ist essentiell

Erforderlich fuer realitätsgetreue Simulation des MPI-Signals

- $M(H)$ korrekt für großen Konzentrations- und Temperaturbereich
- numerisch gut implementierbar

MPI: Magnetisierungskurve von Ferrofluiden

möglichst exakte Theorie zu $M(H)$ ist essentiell

Erforderlich fuer realitätsgetreue Simulation des MPI-Signals

- $M(H)$ korrekt für großen Konzentrations- und Temperaturbereich
- numerisch gut implementierbar

MPI: Magnetisierungskurve von Ferrofluiden

möglichst exakte Theorie zu $M(H)$ ist essentiell

Erforderlich fuer realitätsgetreue Simulation des MPI-Signals

- $M(H)$ korrekt für großen Konzentrations- und Temperaturbereich
- numerisch gut implementierbar

Sehr geringe Partikeldichte

sehr kleine Konzentrationen

- Interpartikelwechselwirkung vernachlässigbar
- „Paramagnetisches Gas“

→ LANGEVIN's **S**ingle **P**article **M**odel (**SPM**)

Sehr geringe Partikeldichte

sehr kleine Konzentrationen

- Interpartikelwechselwirkung vernachlässigbar
- „Paramagnetisches Gas“

→ LANGEVIN's Single Particle Model (SPM)

Sehr geringe Partikeldichte

sehr kleine Konzentrationen

- Interpartikelwechselwirkung vernachlässigbar
- „Paramagnetisches Gas“

→ LANGEVIN's Single Particle Model (SPM)

Sehr geringe Partikeldichte

sehr kleine Konzentrationen

- Interpartikelwechselwirkung vernachlässigbar
- „Paramagnetisches Gas“

→ LANGEVIN's **S**ingle **P**article **M**odel (**SPM**)

LANGEVIN's Single Particle Model

$$M_{SPM}(H) = M_{\infty} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right) \quad \text{mit } L(z) = \coth(z) - \frac{1}{z}$$

$$M_{\infty} = \lim_{H \rightarrow \infty} M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_S$$

M_S : „bulk“-Sättigungsmagnetisierung (Magnetit: 480000 A/m)
 ρ_{norm} : normierte Dichte $\in [0, 1]$

LANGEVIN's Single Particle Model

$$M_{SPM}(H) = M_{\infty} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right) \quad \text{mit } L(z) = \coth(z) - \frac{1}{z}$$

$$M_{\infty} = \lim_{H \rightarrow \infty} M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s$$

M_s : „bulk“-Sättigungsmagnetisierung (Magnetit: 480000 A/m)

ρ_{norm} : normierte Dichte $\in [0, 1]$

LANGEVIN's Single Particle Model

$$M_s = \frac{m}{V_p}$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{pnd} \cdot m \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

ρ_{pnd} : particle number density $\in [0, \text{ca. } 10^{24}]$

ρ_{norm} : normierte Dichte $\in [0, 1]$

LANGEVIN's Single Particle Model

$$M_s = \frac{m}{V_p}$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{pnd} \cdot m \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

ρ_{pnd} : particle number density $\in [0, \text{ca. } 10^{24}]$

ρ_{norm} : normierte Dichte $\in [0, 1]$

LANGEVIN's Single Particle Model

Gültigkeitsbereich laut *K.I. Morozov, A.V. Lebedev, J. Magn. Magn. Mater. 85 (1990) 51*:

- $\rho_{norm} \leq 0.01$
- $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ mit $c(\rho_{norm}) = 10^{-3} \cdot \frac{\rho_{norm}}{V_{mol, Magnetit}}$

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
(<http://tinyurl.com/pkgbck>):

„The Langevin theory is absolutely inapplicable even to diluted ferrofluids.“ ($\rho_{norm} = 0.08$)

+ Polydispersität → gutes Modell für extrem kleine Konzentrationen

LANGEVIN's Single Particle Model

Gültigkeitsbereich laut *K.I. Morozov, A.V. Lebedev, J. Magn. Magn. Mater. 85 (1990) 51*:

- $\rho_{norm} \leq 0.01$
- $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ mit $c(\rho_{norm}) = 10^{-3} \cdot \frac{\rho_{norm}}{V_{\text{mol, Magnetit}}}$

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
(<http://tinyurl.com/pkgbck>):

„The Langevin theory is absolutely inapplicable even to diluted ferrofluids.“ ($\rho_{norm} = 0.08$)

+ Polydispersität → gutes Modell für extrem kleine Konzentrationen

LANGEVIN's Single Particle Model

Gültigkeitsbereich laut *K.I. Morozov, A.V. Lebedev, J. Magn. Magn. Mater. 85 (1990) 51*:

- $\rho_{norm} \leq 0.01$
- $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$ mit $c(\rho_{norm}) = 10^{-3} \cdot \frac{\rho_{norm}}{V_{\text{mol, Magnetit}}}$

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
(<http://tinyurl.com/pkgbck>):

„The Langevin theory is absolutely inapplicable even to diluted ferrofluids.“ ($\rho_{norm} = 0.08$)

+ Polydispersität → gutes Modell für extrem kleine Konzentrationen

LANGEVIN's Single Particle Model

Gültigkeitsbereich laut *K.I. Morozov, A.V. Lebedev, J. Magn. Magn. Mater. 85 (1990) 51*:

- $\rho_{norm} \leq 0.01$
- $c \leq 0.22 \frac{mol}{l}$ mit $c(\rho_{norm}) = 10^{-3} \cdot \frac{\rho_{norm}}{V_{mol, Magnetit}}$

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
(<http://tinyurl.com/pkgbck>):

„The Langevin theory is absolutely inapplicable even to diluted ferrofluids.“ ($\rho_{norm} = 0.08$)

+ Polydispersität → gutes Modell für extrem kleine Konzentrationen

LANGEVIN's Single Particle Model

Gültigkeitsbereich laut *K.I. Morozov, A.V. Lebedev, J. Magn. Magn. Mater. 85 (1990) 51*:

- $\rho_{norm} \leq 0.01$
- $c \leq 0.22 \frac{mol}{l}$ mit $c(\rho_{norm}) = 10^{-3} \cdot \frac{\rho_{norm}}{V_{mol, Magnetit}}$

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
(<http://tinyurl.com/pkgbck>):

„The Langevin theory is absolutely inapplicable even to diluted ferrofluids.“ ($\rho_{norm} = 0.08$)

+ Polydispersität → gutes Modell für extrem kleine Konzentrationen

Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Polydispersität**
- 3 Konzentrationsabhängigkeit

SPM + Polydispersität

Wahrscheinlichkeitsdistribution $\rho(x)$

x : Durchmesser des magnetischen Kerns der Partikel im Fluid

$$M_{SPM}(H) = \left\langle \rho_{pnd} \cdot m \cdot L \left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T} \right) \right\rangle$$

Erwartungswert bilden

$$\langle m \rangle = \frac{\pi M_s}{6} \cdot \langle x^3 \rangle$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{pnd} \cdot \langle m \rangle \cdot L \left(\frac{\mu_0 \langle m \rangle H}{k_B T} \right)$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm}(\langle x^3 \rangle) \cdot M_s \cdot L \left(\frac{\mu_0 \langle m \rangle H}{k_B T} \right)$$

SPM + Polydispersität

Wahrscheinlichkeitsdistribution $\rho(x)$

x : Durchmesser des magnetischen Kerns der Partikel im Fluid

$$M_{SPM}(H) = \left\langle \rho_{pnd} \cdot m \cdot L \left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T} \right) \right\rangle$$

Erwartungswert bilden

$$\langle m \rangle = \frac{\pi M_s}{6} \cdot \langle x^3 \rangle$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{pnd} \cdot \langle m \rangle \cdot L \left(\frac{\mu_0 \langle m \rangle H}{k_B T} \right)$$

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm}(\langle x^3 \rangle) \cdot M_s \cdot L \left(\frac{\mu_0 \langle m \rangle H}{k_B T} \right)$$

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangssuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangssuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangssuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangssuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangsuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangsuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangsuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Wahl der Verteilungsfunktion $p(x)$

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996):

- oftmals Lognormalverteilung
- langsamer Abfall für große x
- zu große hohe Momente $\langle x^p \rangle \rightarrow$ fehlerhaft

Beispiele für Sensitivität auf hohe Momente

- Rayleighstreuung: Wirkungsquerschnitt $\propto \langle x^6 \rangle$
- Anfangsuszeptibilität $\propto \langle m^2 \rangle \propto \langle x^6 \rangle$

\rightarrow schnellerer Abfall (Realitätsnähe) für große x oft gewünscht

Die Γ -Verteilung

„exponentiell gedämpfte Potenz“

$$x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- ähnlich zur Lognormalverteilung, aber exponentieller Abfall

Normierung

$$p(x) = \frac{1}{x_0^{\alpha+1} \cdot \Gamma(\alpha + 1)} \cdot x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- Γ -Funktion in Normierung \rightarrow „ Γ -Verteilung“

Die Γ -Verteilung

„exponentiell gedämpfte Potenz“

$$x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- ähnlich zur Lognormalverteilung, aber exponentieller Abfall

Normierung

$$p(x) = \frac{1}{x_0^{\alpha+1} \cdot \Gamma(\alpha + 1)} \cdot x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- Γ -Funktion in Normierung \rightarrow „ Γ -Verteilung“

Die Γ -Verteilung

„exponentiell gedämpfte Potenz“

$$x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- ähnlich zur Lognormalverteilung, aber exponentieller Abfall

Normierung

$$p(x) = \frac{1}{x_0^{\alpha+1} \cdot \Gamma(\alpha + 1)} \cdot x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- Γ -Funktion in Normierung \rightarrow „ Γ -Verteilung“

Die Γ -Verteilung

„exponentiell gedämpfte Potenz“

$$x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- ähnlich zur Lognormalverteilung, aber exponentieller Abfall

Normierung

$$p(x) = \frac{1}{x_0^{\alpha+1} \cdot \Gamma(\alpha + 1)} \cdot x^\alpha e^{-\frac{x}{x_0}}$$

- Γ -Funktion in Normierung \rightarrow „ Γ -Verteilung“

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung besser geeignet?

laut *J. Magn. Magn. Mater.* 161, 94 (1996) ja:

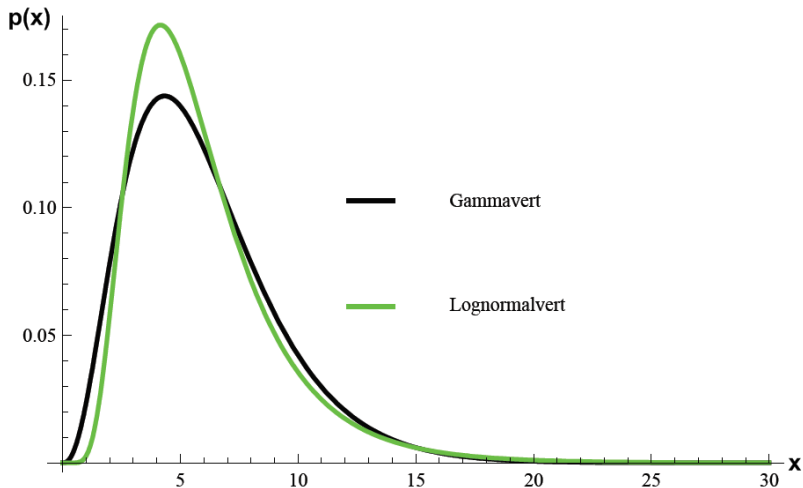
- Elektronenmikroskop: Histogramme für versch. Suspensionen aufgenommen
- daraus $\langle x \rangle$ und $\langle x^2 \rangle$ berechnet
- daraus Parameter für Lognormal- bzw. Γ -Verteilung bestimmt
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus Histogrammen gewonnen
- $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$ aus den Verteilungsfunktionen bestimmt

Vergleich der „experimentellen“ und „gefitteten“ $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$

- $\langle x^3 \rangle$ passt bei beiden Distributionen
- $\langle x^6 \rangle$ ergibt bei Γ -Vert. deutlich kleinere Fehler als bei Lognormalvert.
- je breiter die reale Verteilung, desto fehlerhafter die $\langle x^6 \rangle$ der Lognormalvert.

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

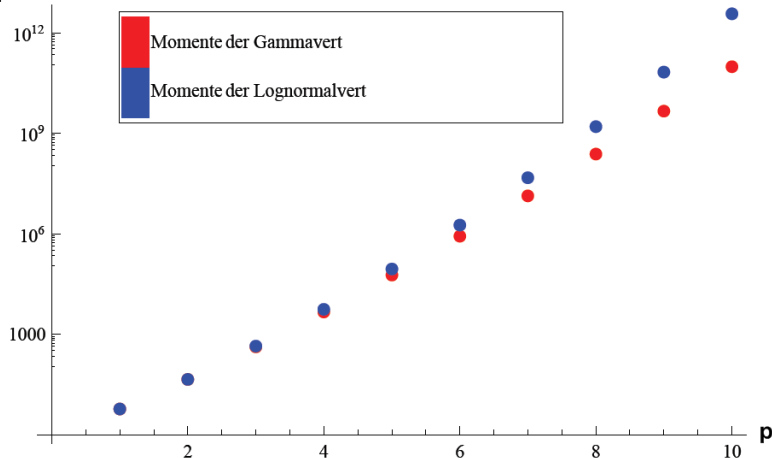
gleicher Erwartungswert und gleiche Varianz:



Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

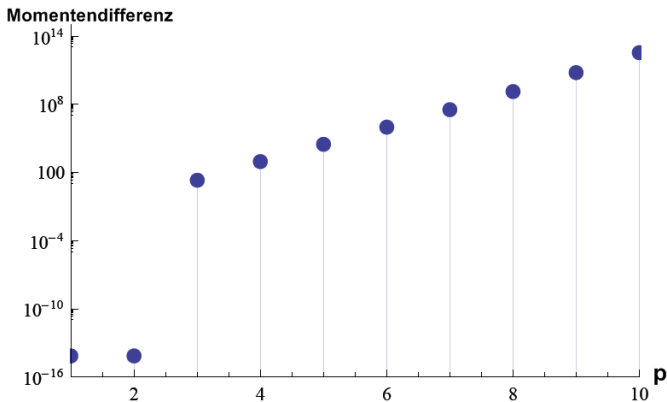
gleicher Erwartungswert und gleiche Varianz:

p-tes Moment



Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

gleicher Erwartungswert und gleiche Varianz:



Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Wie wirken sich verschieden große Durchmesser aus?

- viele monodispere „Experimente“; alles konstant bis auf x
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über x

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Wie wirken sich verschieden große Durchmesser aus?

- viele monodispere „Experimente“; alles konstant bis auf x
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über x

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Wie wirken sich verschieden große Durchmesser aus?

- viele monodispere „Experimente“; alles konstant bis auf x
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über x

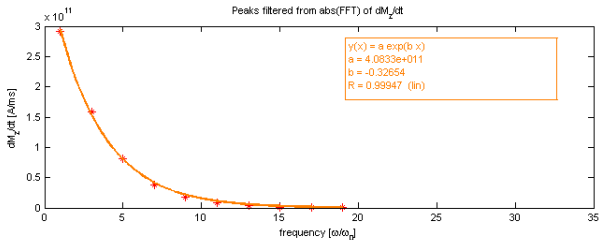
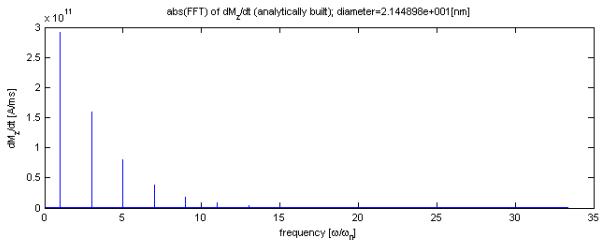
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Wie wirken sich verschieden große Durchmesser aus?

- viele monodispere „Experimente“; alles konstant bis auf x
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über x

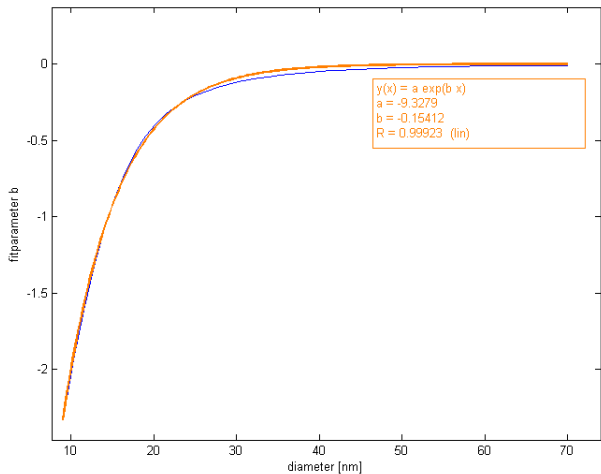
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

ein monodisperses Beispiexperiment



Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Stärke des exponentiellen Abfalls des MPI-Signals in Abh. von x



Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

- beide Verteilungen mit $\langle x \rangle = 25 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 25 \text{ nm}$
- Verteilungen diskretisiert in 100 „bins“: $p_i, m_i(x_i)$
- effektive Magnetisierungskurven berechnet:

$$M_{SPM}(H) = M_s \cdot \sum_{i=1}^{100} p_i \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right) \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^{100} p_i}$$

- relative Abweichung zwischen Magnetisierungskurven und MPI-Signalen berechnet

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

- beide Verteilungen mit $\langle x \rangle = 25 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 25 \text{ nm}$
- Verteilungen diskretisiert in 100 „bins“: $p_i, m_i(x_i)$
- effektive Magnetisierungskurven berechnet:

$$M_{SPM}(H) = M_s \cdot \sum_{i=1}^{100} p_i \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right) \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^{100} p_i}$$

- relative Abweichung zwischen Magnetisierungskurven und MPI-Signalen berechnet

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

- beide Verteilungen mit $\langle x \rangle = 25 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 25 \text{ nm}$
- Verteilungen diskretisiert in 100 „bins“: $p_i, m_i(x_i)$
- effektive Magnetisierungskurven berechnet:

$$M_{SPM}(H) = M_s \cdot \sum_{i=1}^{100} p_i \cdot L \left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T} \right) \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^{100} p_i}$$

- relative Abweichung zwischen Magnetisierungskurven und MPI-Signalen berechnet

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

- beide Verteilungen mit $\langle x \rangle = 25 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 25 \text{ nm}$
- Verteilungen diskretisiert in 100 „bins“: $p_i, m_i(x_i)$
- effektive Magnetisierungskurven berechnet:

$$M_{SPM}(H) = M_s \cdot \sum_{i=1}^{100} p_i \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right) \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^{100} p_i}$$

- relative Abweichung zwischen Magnetisierungskurven und MPI-Signalen berechnet

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

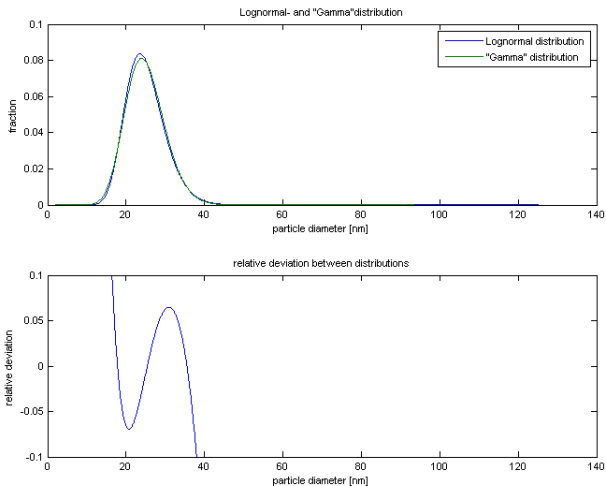
- beide Verteilungen mit $\langle x \rangle = 25 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 25 \text{ nm}$
- Verteilungen diskretisiert in 100 „bins“: $p_i, m_i(x_i)$
- effektive Magnetisierungskurven berechnet:

$$M_{SPM}(H) = M_s \cdot \sum_{i=1}^{100} p_i \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right) \cdot \frac{1}{\sum_{i=1}^{100} p_i}$$

- relative Abweichung zwischen Magnetisierungskurven und MPI-Signalen berechnet

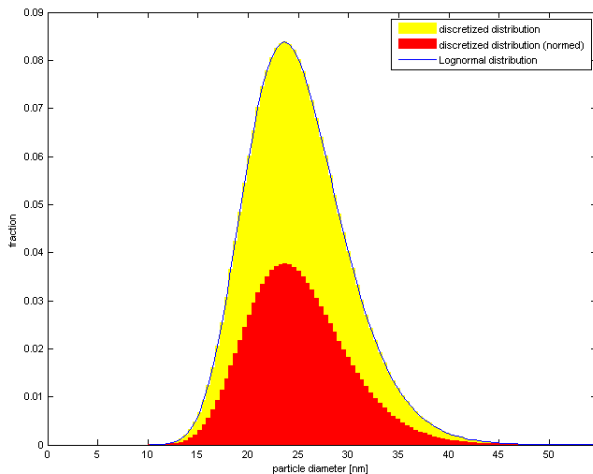
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

beide Verteilungen mit $\langle x \rangle = 25 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 25 \text{ nm}$



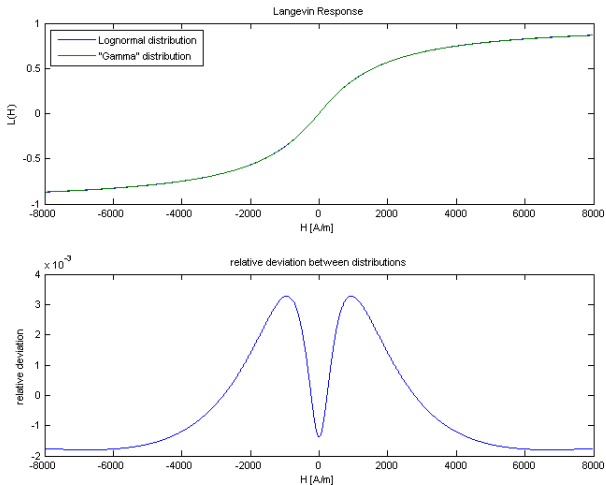
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Diskretisierung & Normierung der Lognormalverteilung



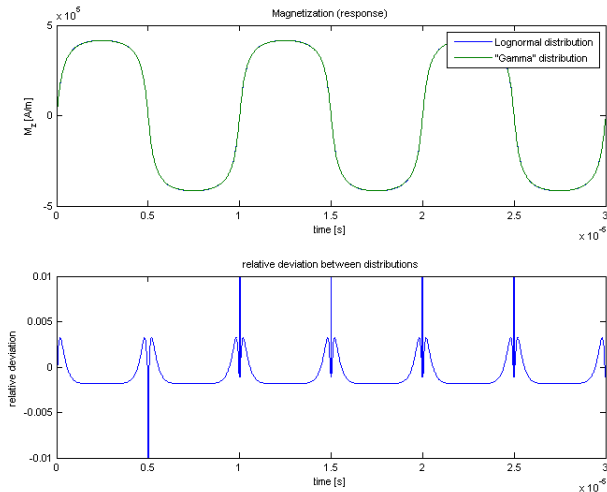
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

effektive SPM Langevinfunktion



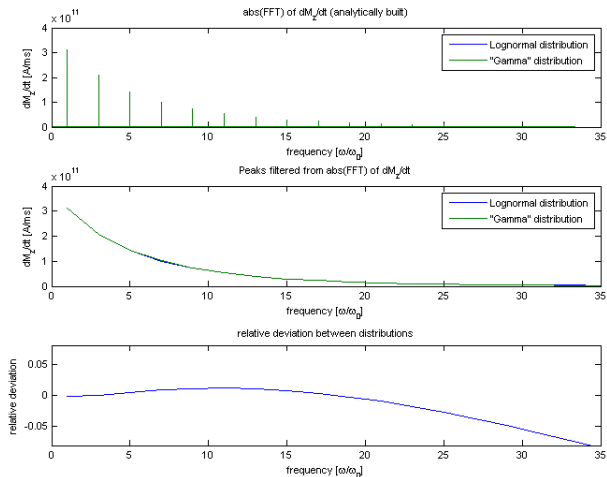
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Magnetisierungsantwort



Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

MPI-Signal



Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Γ -Verteilung vs. Lognormalverteilung

→ bei qualitativer Betrachtung des exponentiellen Abfalls bis zum 20. Peak ist die Abweichung vernachlässigbar.

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Stärke des exponentiellen Abfalls des MPI-Signals in Abh. von $\langle x \rangle$ und σ^2

- Lognormalverteilung mit vielen $\langle x \rangle$ und σ^2 gebildet
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Stärke des exponentiellen Abfalls des MPI-Signals in Abh. von $\langle x \rangle$ und σ^2

- Lognormalverteilung mit vielen $\langle x \rangle$ und σ^2 gebildet
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2

Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Stärke des exponentiellen Abfalls des MPI-Signals in Abh. von $\langle x \rangle$ und σ^2

- Lognormalverteilung mit vielen $\langle x \rangle$ und σ^2 gebildet
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2

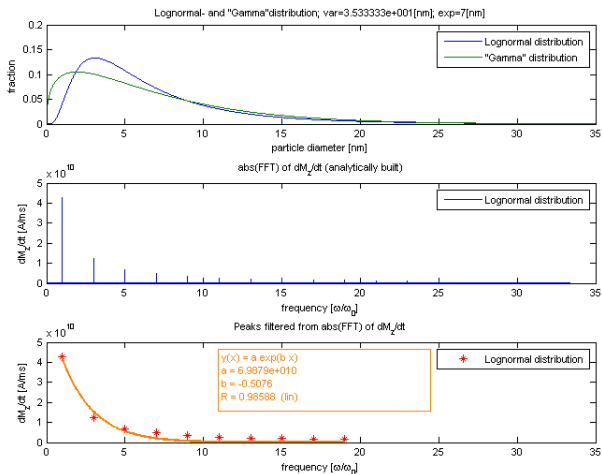
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Stärke des exponentiellen Abfalls des MPI-Signals in Abh. von $\langle x \rangle$ und σ^2

- Lognormalverteilung mit vielen $\langle x \rangle$ und σ^2 gebildet
- Peaks im MPI-Signal (SPM) mit ae^{bx} gefittet
- Fitparameter aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2

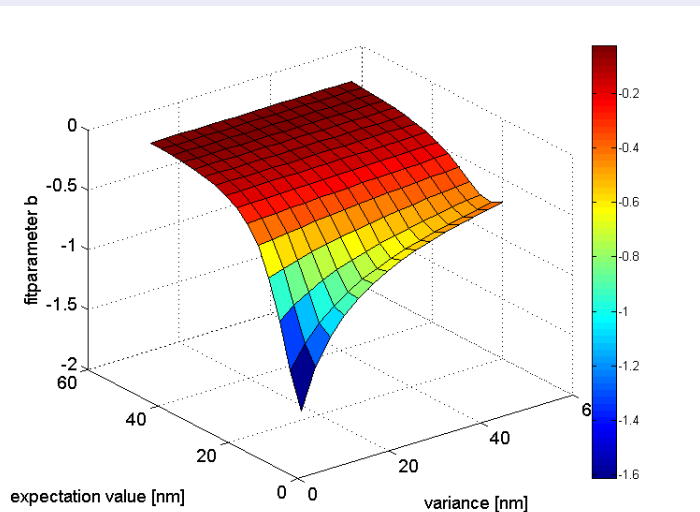
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

ein „schlechter“ Beispielfit: $\langle x \rangle = 7 \text{ nm}$ und $\sigma^2 = 35 \text{ nm}$



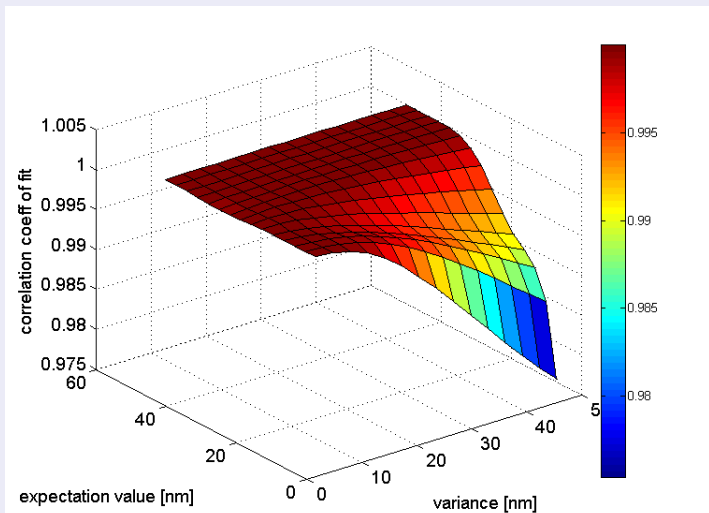
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

b aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2



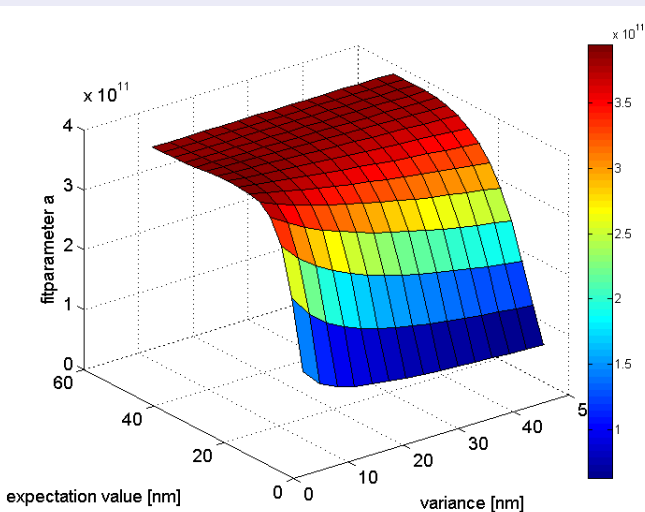
Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

Fitkorrelationskoeffizient R aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2



Einfluss der Polydispersität auf das MPI-Signal

a aufgetragen über $\langle x \rangle$ und σ^2



Übersicht

- 1 Einleitung
- 2 Polydispersität
- 3 Konzentrationsabhängigkeit

Konzentrierte Ferrofluide

Paramagnetisches Modell nicht mehr korrekt:

beschreibt **unabhängige magnetische Dipole im äußeren Feld**
($U_{ij} \ll k_B T$)

schwache Felder:

2- bis 3-fache Steigerung der Magnetisierung

starke Felder:

weniger große Änderung, aber signifikant bis zu $H \approx 10^5 \frac{A}{m} \approx 0.1 T$

Konzentrierte Ferrofluide

Paramagnetisches Modell nicht mehr korrekt:

beschreibt **unabhängige magnetische Dipole im äußeren Feld**
($U_{ij} \ll k_B T$)

schwache Felder:

2- bis 3-fache Steigerung der Magnetisierung

starke Felder:

weniger große Änderung, aber signifikant bis zu $H \approx 10^5 \frac{A}{m} \approx 0.1 T$

Konzentrierte Ferrofluide

Paramagnetisches Modell nicht mehr korrekt:

beschreibt **unabhängige magnetische Dipole im äußeren Feld**
($U_{ij} \ll k_B T$)

schwache Felder:

2- bis 3-fache Steigerung der Magnetisierung

starke Felder:

weniger große Änderung, aber signifikant bis zu $H \approx 10^5 \frac{A}{m} \approx 0.1 T$

Konzentrierte Ferrofluide im MPI

MPI

schwache Felder ($\mathcal{O}(0.01 T)$) und u.U. **hohe** Konzentrationen in Zellen ($\mathcal{O}(1 \frac{\text{mol}}{l})$ bis zu $\mathcal{O}(10 \frac{\text{mol}}{l})$)

→ **starke Änderung der Krümmung** der Magnetisierungskurve

Konzentrierte Ferrofluide im MPI

MPI

schwache Felder ($\mathcal{O}(0.01 T)$) und u.U. **hohe** Konzentrationen in Zellen ($\mathcal{O}(1 \frac{\text{mol}}{l})$ bis zu $\mathcal{O}(10 \frac{\text{mol}}{l})$)

→ **starke Änderung der Krümmung** der Magnetisierungskurve

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- **LANGEVIN's SPM**
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

verschiedene Modelle führen zur verschiedenen $M(H, \rho)$

- LANGEVIN's SPM
- WEISS model (mean-field)
- Mean Spherical Model **MSM/MSA**
- High Temperature Approximation **HTA**
- Cluster Expansion Theory **CET**
- first-order Modified Mean Field Model **MMF1**
- second-order Modified Mean Field Model **MMF2**

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

$M(H)$ -Messung für verschiedene Konzentrationen und Vgl. mit Theorie?

Problem: **zwei** Unsicherheiten

- Interpartikelwechselwirkung
- unbekannte Polydispersität

Beliebige Magnetisierungskurve M_{bel} :

$$M_{bel}(H) = M_0 \cdot \sum_i p_{i,bel} \cdot L\left(\frac{\mu_0 m_i H}{k_B T}\right)$$

- → „Tarnung“ der Interpartikelwechselwirkung
- → effektive Größenverteilung, nicht real

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...
 ... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.
unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

Lösung: „magneto-granulometric analysis“ (MGA)

- $M(H)$ messen \rightarrow kleine Felder: χ_{init} , große Felder: asymptotisches Verhalten der Magnetisierung
- Anhand eines Theoriemodells $\langle m \rangle(M_\infty)$ und $\langle m^2 \rangle(\chi_{init})$ bestimmen
- aus $\langle m \rangle$ und $\langle m^2 \rangle$ erhält man $\langle x^3 \rangle$ und $\langle x^6 \rangle$
- zwei bekannte Momente \leftrightarrow zwei Parameter der Verteilungsfunktion (Γ -Vert.: α, x_0)

Gedankenexperiment:

- große Menge Ferrofluid \rightarrow Proben unterschiedlicher Konzentration
- MGA für jede Probe

Wenn eine Theorie für einen großen Konzentrationsbereich korrekt ist, ...

... sind die per MGA gewonnenen Parameter der Verteilungsfkt.

unabhängig von der Konzentration!

Güte der Theorien

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
 (<http://tinyurl.com/pkgbck>):

Model	Degree of dilution (n)						
	0.088	0.137	0.197	0.296	0.444	0.664	1
Langevin	7.1	7.2	7.0	6.4	6.3	6.3	6.0
Weiss	7.3	7.6	7.7	7.6	8.0	8.5	8.9
MSM	7.3	7.5	7.5	7.1	7.2	7.2	6.9
HTA	7.3	7.4	7.4	6.9	6.7	6.5	5.6
MMFM-1	7.3	7.5	7.5	7.1	7.1	7.1	6.8
CET	7.13	7.13	7.13	7.19	7.24	7.46	8.25
MMFM-2	7.30	7.32	7.32	7.31	7.30	7.30	7.29

Tab. 2.: Mean particle diameter (nm).

Güte der Theorien

O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
 (<http://tinyurl.com/pkgbck>):

Model	Degree of dilution (n)						
	0.088	0.137	0.197	0.296	0.444	0.664	1
Langevin	0.44	0.45	0.47	0.54	0.57	0.60	0.64
Weiss	0.41	0.40	0.39	0.40	0.36	0.31	0.25
MSM	0.41	0.41	0.41	0.44	0.44	0.44	0.45
HTA	0.41	0.41	0.42	0.46	0.47	0.48	0.55
MMFM-1	0.41	0.41	0.42	0.45	0.45	0.44	0.46
CET	0.418	0.420	0.418	0.417	0.418	0.412	0.382
MMFM-2	0.410	0.410	0.409	0.409	0.410	0.410	0.410

Tab. 1: Width of particle size distribution.

Mean-Field Model

mean-field model (WEISS model)

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

$$M_{Weiss}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3} M_{Weiss}(H)$$

- transzendent, nichtlinear in ρ

Mean-Field Model

mean-field model (WEISS model)

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

$$M_{Weiss}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3} M_{Weiss}(H)$$

- transzendent, nichtlinear in ρ

Mean-Field Model

mean-field model (WEISS model)

$$M_{SPM}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L\left(\frac{\mu_0 m H}{k_B T}\right)$$

$$M_{Weiss}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3} M_{Weiss}(H)$$

- transzendent, nichtlinear in ρ

Modified Mean-Field Model

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996): „This permits us to offer another simple and effective model“

$$M_{another}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3}M_{SPM}(H)$$

- analytisch lösbar

Modified Mean-Field Model

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996): „This permits us to offer another simple and effective model“

$$M_{another}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3}M_{SPM}(H)$$

- analytisch lösbar

Modified Mean-Field Model

A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev; J. Magn. Magn. Mater. 161, 94 (1996): „This permits us to offer another simple and effective model“

$$M_{another}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3}M_{SPM}(H)$$

- analytisch lösbar

Modified Mean-Field Model

Ivanov, A.O., Kantorovich, S.S., Reznikov, E.N., et al., Phys. Rev. E, 2007, vol. 75, p. 061405: „a rigorous analysis of the paircorrelation functions in dipolar fluids (employing the Yvon-Born-Bogolyubov-Green-Kirkwood formalism) to generate expressions for $M(H)$ “

$$M_{YBBGK}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3} M_{SPM}(H) \left(1 + \frac{1}{48} \frac{dM_{SPM}(H)}{dH} \right)$$

- analytisch lösbar

Modified Mean-Field Model

Ivanov, A.O., Kantorovich, S.S., Reznikov, E.N., et al., Phys. Rev. E, 2007, vol. 75, p. 061405: „a rigorous analysis of the paircorrelation functions in dipolar fluids (employing the Yvon-Born-Bogolyubov-Green-Kirkwood formalism) to generate expressions for $M(H)$ “

$$M_{YBBGK}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3} M_{SPM}(H) \left(1 + \frac{1}{48} \frac{dM_{SPM}(H)}{dH} \right)$$

- analytisch lösbar

Modified Mean-Field Model

Ivanov, A.O., Kantorovich, S.S., Reznikov, E.N., et al., Phys. Rev. E, 2007, vol. 75, p. 061405: „a rigorous analysis of the paircorrelation functions in dipolar fluids (employing the Yvon-Born-Bogolyubov-Green-Kirkwood formalism) to generate expressions for $M(H)$ “

$$M_{YBBGK}(H) = M_{SPM}(H_e(H))$$

$$H_e(H) = H + \frac{1}{3} M_{SPM}(H) \left(1 + \frac{1}{48} \frac{dM_{SPM}(H)}{dH} \right)$$

- analytisch lösbar

Modified Mean-Field Model

MMF1 und MMF2

$$H_{e,MMF1}(H) = H + \frac{1}{3}M_{SPM}(H)$$

$$H_{e,MMF2}(H) = H + \frac{1}{3}M_{SPM}(H) \left(1 + \frac{1}{48} \frac{dM_{SPM}(H)}{dH} \right)$$

MMF2

Magnetisierungsfunktion nach MMF2:

$$M_{MMF2}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L(Q(H, \rho_{norm}))$$

$$Q(H, \rho_{norm}) = \frac{m\mu_0}{k_B T} \cdot \left(H + \frac{1}{3} M_s \rho_{norm} \left(-\frac{k_B T}{H m \mu_0} + \text{Coth} \left[\frac{H m \mu_0}{k_B T} \right] \right) \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{48} M_s \rho_{norm} \left(\frac{k_B T}{H^2 m \mu_0} - \frac{m \mu_0 \text{Csch} \left[\frac{H m \mu_0}{k_B T} \right]^2}{k_B T} \right) \right)$$

MMF2

Magnetisierungsfunktion nach MMF2:

$$M_{MMF2}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L(Q(H, \rho_{norm}))$$

$$Q(H, \rho_{norm}) = \frac{m\mu_0}{k_B T} \cdot \left(H + \frac{1}{3} M_s \rho_{norm} \left(-\frac{k_B T}{H m \mu_0} + \text{Coth} \left[\frac{H m \mu_0}{k_B T} \right] \right) \right) \cdot \left(1 + \frac{1}{48} M_s \rho_{norm} \left(\frac{k_B T}{H^2 m \mu_0} - \frac{m \mu_0 \text{Csch} \left[\frac{H m \mu_0}{k_B T} \right]^2}{k_B T} \right) \right)$$

MMF2

Magnetisierungsfunktion nach MMF2:

$$M_{MMF2}(H) = \rho_{norm} \cdot M_s \cdot L(Q(H, \rho_{norm}))$$

$$Q(H, \rho_{norm}) = \frac{m\mu_0}{k_B T} \cdot \left(H + \frac{1}{3} M_s \rho_{norm} \left(-\frac{k_B T}{H m \mu_0} + \text{Coth} \left[\frac{H m \mu_0}{k_B T} \right] \right) \right) \\ \cdot \left(1 + \frac{1}{48} M_s \rho_{norm} \left(\frac{k_B T}{H^2 m \mu_0} - \frac{m \mu_0 \text{Csch} \left[\frac{H m \mu_0}{k_B T} \right]^2}{k_B T} \right) \right)$$

Einfluss der Konzentration auf die Magnetisierungskurve

$M_{norm}(H)$ in Abh. der Dichte; x konstant

Video 01

Einfluss der Konzentration auf die Magnetisierungskurve

$M_{norm}(\rho)$ in Abh. der Feldstärke; x konstant - Vergleich mit SPM

Video 02

Einfluss der Konzentration auf die Magnetisierungskurve

$M_{norm}(\rho, B)$ in Abh. von x

Video 03

Einfluss der Konzentration auf die Magnetisierungskurve

$M_{norm}(\rho, B)$ in Abh. von x - Vergleich mit SPM

Video 04

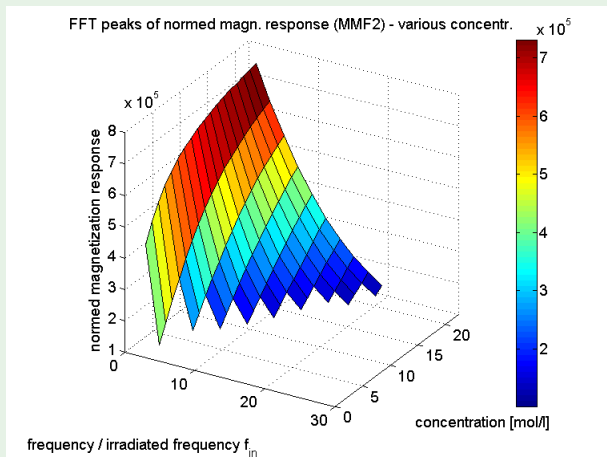
Einfluss der Konzentration auf die Magnetisierungskurve

$M(\rho, B)$ in Abh. von x - Vergleich mit SPM

Video 05

Einfluss der Konzentration auf das MPI-Signal

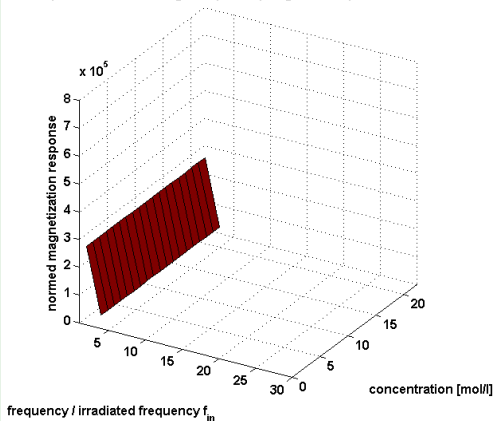
norm. MPI-Signal in Abh. von der Konzentration für $x = 13 \text{ nm}$ (MMF2)



Einfluss der Konzentration auf das MPI-Signal

norm. MPI-Signal in Abh. von der Konzentration für $x = 13 \text{ nm}$ (SPM)

FFT peaks of normed magn. response (Langevin SPM) - various concentr.



Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Zusammenfassung

Polydispersität

- Γ -Verteilung liefert wesentlich realere hohe Momente als Lognormalverteilung (wichtig für MGA)
- Γ -Verteilung oder Lognormalverteilung für MPI? Unterschied vorerst vernachlässigbar
- für kleine $\langle x \rangle$ und große σ^2 sieht man: Abfall des MPI-Signals entspricht nicht ae^{bx}

Konzentrationsabhängigkeit

- LANGEVIN's SPM gilt nur im Bereich $c \leq 0.22 \frac{\text{mol}}{\text{l}}$
- MPI: schwache Felder und u.U. hohe Konzentrationen in Zellen \rightarrow starke Änderung des MPI-Signals im Vgl. zu SPM
- MMF2 bisher einzige Theorie, die bei MGA unabhängig von ρ konstante Verteilungsparameter liefert

Literaturverzeichnis

-  A.O. Ivanov, S.S Kantorovich, E.N Reznikov et al.
Magnetic properties of polydisperse ferrofluids: A critical comparison between experiment, theory, and computer simulation
Phys. Rev. E, 2007, vol. 75, p. 061405
-  A.F. Pshenichnikov, V.V. Mekhonoshin, A.V. Lebedev
Magneto-Granulometric Analysis of Concentrated Ferrofluids
J. Magn. Magn. Mater. 161, (1996) 94
-  O.B. Kuznetsova, A.O. Ivanov, B. Huke, M. Lücke
Magneto-Granulometric Analysis of Concentrated Ferrofluids
<http://tinyurl.com/pkgbck>
-  A.V. Lebedev, K.I. Morozov
The effect of magneto-dipole interactions on the magnetization curves of ferrocolloids
J. Magn. Magn. Mater. 85, (1990) 51