

LASER

Ein Praktikumsversuch

Jan-Philip Gehrcke und Malte Lichtner

Anhand eines offen konstruierten Helium-Neon-Lasers, dessen Resonator manipulierbar war, konnten Experimente zum grundlegenden Verständnis der Funktionsweise eines Lasers durchgeführt werden. Die Anzahl der zum Laserbetrieb beitragenden longitudinalen Moden konnte abgeschätzt und ihr Frequenzabstand durch verschiedene Methoden bestimmt werden. Im Zuge dessen konnten wir die Lichtgeschwindigkeit bestimmen. Durch unterschiedliche Randbedingungen gelang es, höhere transversale Moden anzuregen und sichtbar zu machen. Wir führten quantitative Untersuchungen am Gaußstrahl durch und bestimmten die Strahltaile. Desweiteren konnten wir Aussagen über den Verstärkungsfaktor des Lasers und Resonatorverluste treffen.

Versuchsdurchführung: 06. März 2008

Abgabe der Auswertung: 13. März 2008

1 Einleitung

Die Erfindung des Lasers bzw. die Entwicklung verschiedener Lasertypen erzeugte ein extrem breites Spektrum an Anwendungsmöglichkeiten. Dabei ist der Laser sowohl für physikalische Experimente im Labor als auch für industrielle und medizinische Anwendungen unverzichtbar geworden. Durch die Lasertechnik ist es möglich kohärente, extrem intensive und monochromatische Strahlung in den verschiedensten Wellenlängenbereichen zu erzeugen. Wahlweise können inzwischen auch bei Bedarf ultrakurze Lichtpulse hergestellt werden. Es gibt zwar inzwischen eine große Anzahl verschiedener Lasertypen, jedoch basieren alle auf demselben grundlegenden Prinzip: der kohärenten Lichtverstärkung in einem Resonator durch stimulierte Emission.

In diesem Praktikumsversuch soll durch einen räumlich fein justierbaren Resonator, welcher eine Helium-Neon-Gasentladungsröhre umgibt, Einblick in die wesentliche Funktionsweise des Laserprozesses gegeben werden. Durch einfache Experimente werden einzelne Longitudinalmoden bzw. deren Frequenzabstände messbar und sogar Transversalmoden sichtbar gemacht. Durch geometrische Messungen am Strahlengang können Aussagen über die Ausbreitung Gaußscher Strahlen getroffen werden. Desweiteren wird die Verstärkung des Lasers und sogar die Lichtgeschwindigkeit messbar gemacht.

2 Theorie

Ein Laser (Abkürzung für **L**ight **A**mplification by **S**timulated **E**mission of **R**adiation) erzeugt Strahlung diskreter Frequenzen (Schwingungsmoden) und sehr hoher Intensität. Dabei wird der Effekt der stimulierten Emission zwischen zwei für den Laserübergang verantwortlichen Energieniveaus eines Systems bei

gleichzeitiger Besetzungsinversion durch sogenanntes Pumpen ausgenutzt: Durch permanente Energiezufuhr in das System (pumpen) kann man die Besetzungszahl des oberen Laserniveaus ständig über der des unteren halten. Platziert man um das System einen Resonator, der die durch spontane Emission des Laserübergangs entstehende Strahlung in Form einer stehenden Welle wieder ins System zurückreflektiert, werden weitere Laserübergänge durch stimulierte/induzierte Emission angeregt. Auf diese Weise erzeugte Photonen überlagern kohärent mit dem auslösenden Feld. Da der Großteil der emittierten Photonen durch viele Reflektionen im Resonator weitere phasengleiche Photonen durch stimulierte Emission auslöst, verstärkt sich das Strahlungsfeld (stehende Lichtwelle) im Resonator selbst. Das somit sehr intensive und kohärente Laserlicht wird durch geringe Transmittivität des Resonators teilweise ausgekoppelt und nutzbar gemacht. Um den Laserprozess aufrecht zu erhalten, ist Besetzungsinversion und somit Leistungszufuhr oberhalb einer bestimmten Schwelle ins System vorausgesetzt.

In einem reinen Zwei-Niveau-System ist keine Besetzungsinversion erreichbar. In einem Drei- oder Vier-Niveau-System jedoch kann der gewünschte Effekt z.B. durch schnelle Entvölkerung des unteren Laserniveaus erzielt werden.

Helium-Neon-Gas entspricht - zumindest schematisch - einem Vier-Niveau-System. Durch Ionisation und Energieübertrag per Stoß vom Helium auf das Neon (hochspannungsinduzierte Gasentladung), tritt Besetzungsinversion für das Neon bezüglich eines Überganges ein, der Strahlung im sichtbaren Bereich (rot) emittiert. Durch Anordnung von (halb durchlässigen) Spiegeln um eine HeNe-Gasentladungsröhre lässt sich ein Resonator bilden und somit der Laservorgang starten.

Die Anzahl der Knoten/Bäuche der stehenden Welle im Resonator ist nicht vorgegeben. Prinzipiell erfüllen also mehrere sogenannte longitudinale Schwingungsmoden mit

unterschiedlichen Strahlungsfrequenzen die Resonanzbedingung. Wenn der Abstand der Resonatorspiegel L ist, dann berechnet [1] sich der Frequenzabstand $\Delta\nu$ zwischen zwei benachbarten longitudinalen Moden entsprechend

$$\Delta\nu = \frac{c}{2L}. \quad (1)$$

Wieviele der jeweils um ein Vielfaches dieser Differenzfrequenz von der Grundmode verschobenen Moden anschwingen können, hängt von der Stärke der Dopplerverbreiterung des Laserübergangs ab. Im Versuch wird geklärt werden, wieviele Moden letztendlich anschwingen können.

Um Verluste im Resonator bis auf die gewünschten transmittiven zu minimieren, sind die Spiegel meist zueinander gekrümmt. Die somit senkrecht zur Ausbreitungsrichtung der Welle vorgegebenen Randbedingungen führen zu den sogenannten transversalen Moden. Diese werden mit TEM_{mn} bezeichnet. $m, n \in \mathbb{N}$ geben dabei die Ordnung der Mode in x - bzw. in y -Richtung an (z ist Strahlrichtung) und entsprechen der jeweiligen Knotenzahl. Die Grundmode, TEM_{00} , ist ein gaußförmiges Strahlprofil, wobei die Intensität radial abnimmt. Die transversale Intensitätsverteilung $I(x)$ (bzw. analog $I(y)$) höherer Ordnungen wird näherungsweise durch Hermitepolynome H_n beschrieben [1]:

$$I_n(x, z) \propto \left| H_n \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) e^{-\frac{2x^2}{w(z)^2}} \right|^2 \quad (2)$$

Dabei ist $w(z)$ die Strahlbreite in Abhängigkeit der Position z auf der optischen Achse. Bei $z = 0$ ist die Breite minimal ($w_0 \equiv w(0)$). Diese Stelle des Strahls wird Strahltaille genannt. Die Breite eines nicht kollimierten Gaußstrahls divergiert von der Strahltaille ausgehend nach folgendem Zusammenhang [1]:

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (3)$$

Die Resonatorgeometrie gibt die Position der Strahltaille vor. Das bedeutet: Die von der Strahltaille aus gemessenen Koordinaten z_1, z_2 der beiden Resonatorspiegel hängen von der Resonatorlänge L und von den beiden Krümmungsradien b_1, b_2 der Spiegel ab [1]:

$$\frac{z_1}{z_2} = -\frac{b_2 - L}{b_1 - L} \quad (4)$$

Bei einem Durchlauf durch das aktive Lasermedium der Länge l wird das Licht um den Faktor $G = \exp(g_0 l)$ mit der Leerlaufverstärkung g_0 verstärkt. Ist diese zu gering, um den Gesamtverlust im Resonator auszugleichen, so bricht der Laservorgang ab. Durch einen einstellbaren, bekannten Verlust kann man so die Verstärkung des Lasers berechnen. Verwendet man als Verlust ein drehbares dünnes Glasplättchen, so kommt es zu Vielstrahlinterferenz und der Verlust kann mithilfe der Reflektivität des Plättchens berechnet werden [1]:

$$R_{p-pol} = \frac{4|r_{p-pol}|^2 \sin^2 \chi}{|1 - r_{p-pol}^2 \exp(-2i\chi)|^2} \quad (5)$$

mit $\chi = \frac{2\pi}{\lambda} n d \cos \beta$

Dabei sind der Einfallswinkel α und der Brechwinkel β über das Brechungsgesetz verknüpft. Der Fresnelkoeffizient r_{p-pol} für die Reflexion von p-polarisiertem Licht an einer Vakuum-Glas-Grenzfläche ist gegeben durch [1]

$$r_{p-pol} = \frac{n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

n ist der Brechungsindex und d die Dicke des Glasplättchens.

3 Versuchsaufbau

Um die einzelnen Experimente mit der nötigen Präzision ausführen zu können, sind die verschiedenen Komponenten stabil auf einer optischen Bank fixierbar, welche wiederum auf einer schwingungsgedämpften und schweren Marmorplatte montiert ist. Die Kernkomponente des Versuchs ist die Gasentladungsröhre mit dem Helium-Neon-Gemisch samt Spannungsversorgung. Der Auskoppelspiegel (Spiegel 2 genannt) ist auf einer Seite der Röhre fest angebracht und hat einen Krümmungsradius von $b_2 = 0,7 m$. Der andere Resonatorspiegel (hier: Spiegel 1) ist auf der optischen Bank frei verschiebbar und in seiner räumlichen Ausrichtung fein zu justieren. Sein Krümmungsradius beträgt $b_1 = 2,3 m$. Die Feineinstellung ist nötig, um perfekte Reflexionsbedingungen schaffen zu können, die einen stabilen Laserbetrieb bei maximaler Ausgangsleistung gewährleisten. Die Ausgangsleistung ist mit einer Photodiode und einem entsprechend geeichten Anzeigegerät messbar. Für die einzelnen Versuchsteile stehen weitere Komponenten zur Verfügung. Dazu zählen verschiedene Photodioden, die je nach Einsatzgebiet unterschiedlich schnell auf Messsignaländerungen reagieren müssen. Für die automatische Aufnahme vieler Messpunkte steht ein PC mit Messkarte bereit. Für Interferenzexperimente nach dem Prinzip eines Fabry-Pérot-Interferometers zur Feststellung des Frequenzabstandes der longitudinalen Moden steht ein weiterer Spiegel (Spiegel 3) zur Verfügung, dessen Position auf der optischen Achse im nm -Bereich mithilfe eines Piezokristalls beeinflusst werden kann. Um die Spiegelposition auf diesem Wege kontinuierlich variieren zu können, wird ein Sinusgenerator mit hoher Ausgangsspannung verwendet. Mithilfe eines digitalen Oszilloskops kann das Ausgangssignal dieses Sinusgenerators und auch das der Photodioden betrachtet werden. Desweiteren wird die Funktion des Oszilloskops genutzt, ein Fourierspektrum des Eingangssignals anzuzeigen zu können.

Ein schrittmotorgetriebenes Glasplättchen steht zur Verfügung, welches unter gleichmäßiger Winkelgeschwindigkeit um 180° im Strahlengang gedreht werden kann.

4 Versuchsdurchführung und Auswertung

4.1 Strahldurchmesser im Laserresonator

In einem Gaußstrahl sind Divergenz und minimaler Strahldurchmesser w_0 durch (3) fest verknüpft. Durch Messung

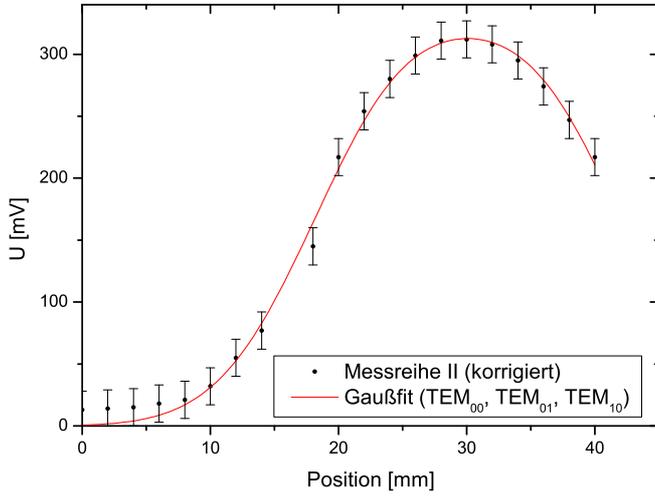


Abb. 1: Transversalprofil der Intensität des Laserstrahls, gemessen als Spannung an der Photodiode in großem Abstand von einer Sammellinse. Die Messkurve wurde entsprechend (2) durch Überlagerung der Transversalmoden TEM_{00} , TEM_{10} bzw. TEM_{01} gefittet.

des Strahldurchmessers w im großen Abstand von einer Sammellinse soll zunächst die Strahltaillie w_0 im Brennpunkt der Linse sowie w_L am Ort der Linse bestimmt werden. Dazu wird eine Sammellinse mit Brennweite $f = 20\text{ mm}$ direkt hinter Spiegel 2 positioniert und im Abstand $d = 49,5\text{ cm}$ von der Linse mithilfe einer Fotodiode und einem digitalen Multimeter (Spannungsmessung) das transversale Intensitätsprofil des Strahls in Schritten von 2 mm vermessen. Zur Unterdrückung höherer Transversalmoden wurde eine Lochblende in den Strahlengang eingebracht. Die Messung wurde zweimal durchgeführt, wobei eine Messreihe wegen eines Spannungssprungs beim Messbereichswechsel verworfen wird (siehe Anhang Abb. 5). Aus der übrigen Messreihe (ohne Messbereichswechsel) wird ein herausfallender Datenpunkt entfernt, der in beiden Messreihen beobachtet wurde und offenbar auf einen Interferenzeffekt der Apparatur zurückzuführen ist.

Abb. 1 zeigt das korrigierte transversale Intensitätsprofil des Strahls. Es wurde entsprechend (2) mit einer Gaußfunktion gefittet, wobei auch die TEM_{01} - bzw. TEM_{10} -Moden überlagert werden mussten, um einen passenden Fit zu erhalten. Offenkundig hatten diese Moden trotz der Lochblende einen nicht zu vernachlässigenden Anteil am Strahl. Aus dem Fit wird w mit Standardfehler übernommen und mit (3) w_0 und w_L berechnet:

$$\begin{aligned} w &= (15,06 \pm 0,53)\text{ mm} \\ w_0 &= (6,35 \pm 0,25)\ \mu\text{m} = (10,04 \pm 0,39)\ \lambda \\ w_L &= (634 \pm 25)\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Mit (3) und (4) werden nun die Abstände der Spiegel von der Strahltaillie z_1 und z_2 , die minimale Strahlbreite w'_0 im Resonator sowie die Strahlbreite $w(z_2)$ berechnet:

$$\begin{aligned} z_1 &= (44,922 \pm 0,021)\text{ cm} \\ z_2 &= (5,0071 \pm 0,0019)\text{ cm} \\ w'_0 &= (260,014 \pm 0,024)\ \mu\text{m} = (410,894 \pm 0,038)\ \lambda \\ w(z_2) &= (262,891 \pm 0,023)\ \mu\text{m} \end{aligned}$$

Die entsprechenden Fehler sind sehr gering, da die Spiegelradien als fehlerfrei angenommen wurden und für die Resonatorlänge L der hochpräzise Wert aus 4.6 übernommen wurde. Trotzdem stimmen vermutlich lediglich die Werte für z_1 und z_2 , nicht aber die Werte für den Strahldurchmesser, da (3) nur für Gaußstrahlen gilt. Wie oben gezeigt tragen aber höhere Moden zum Strahl bei, wodurch sich das Divergenzverhalten des Strahls ändert. Die Unstimmigkeit der Rechnung ist leicht zu erkennen, da die Sammellinse im Versuch direkt vor dem Spiegel 2 stand und somit $w(z_2) \approx w_L$ zu erwarten wäre, was keineswegs der Fall ist. Berechnet man mit dieser Annahme die Strahltaillie im Resonator aus dem experimentellen Wert w_L , so erhält man:

$$w'_{0,exp} = (15,91 \pm 0,62)\ \mu\text{m} = (25,14 \pm 0,98)\ \lambda$$

Dies entspricht also einer deutlich höheren Divergenz des Strahls. Da sowohl w_0 , w_L , w'_0 , $w(z_2)$ als auch $w'_{0,exp}$ unter der Annahme eines Gaußstrahls mit (3) berechnet wurden, kann schwer beurteilt werden, welche der Werte den Versuch tatsächlich am besten beschreiben. Würde man es schaffen, einen perfekten Gaußstrahl ohne höhere Transversalmoden zu erzeugen, so wären aber zumindest w'_0 und $w(z_2)$ exakt. Nach 100 m wäre die Strahlbreite ohne zusätzliche Aufweitung dann

$$w(100\text{ m}) = (7,74680 \pm 0,00071)\text{ cm} \quad (6)$$

4.2 Transversale Moden im Resonator

Durch eine sogenannte Modenblende (Fadenkreuz) im Resonator können gezielt höhere Transversalmoden angeregt werden. Steht der Faden in der Position x_2 senkrecht zur Strahlachse, in der beispielsweise die TEM_{02} -Mode eine Nullstelle hat, so wird sie angeregt, da in dieser Position durch den Faden ein Knoten erzeugt wird. Da die äußeren Nullstellen dieser Mode genau in der Entfernung der Strahlbreite w stehen, kann durch Messungen von x_2 in verschiedenen Positionen z auf der Strahlachse und eine Auftragung w^2 über z^2 theoretisch die minimale Strahlbreite w_0 berechnet werden. Dazu werden nun x_2 und das dazu symmetrische x'_2 gemessen. Zusätzlich wird zur Kontrolle die TEM_{01} -Mode angeregt, indem der Faden in die Mitte des Strahls gestellt wurde. x_2 und x'_2 befanden sich, wie erwartet, bei jeder Messung symmetrisch zur Mitte. Tabelle 1 zeigt die gemessenen Werte und die daraus berechneten $w(z) = x_2 - x'_2$.

z/mm	x'_2/mm	x_2/mm	$w/\mu\text{m}$
72 ± 2	$12,74 \pm 0,02$	$13,05 \pm 0,02$	310 ± 14
97 ± 2	$12,80 \pm 0,02$	$13,10 \pm 0,02$	300 ± 14
144 ± 2	$12,85 \pm 0,02$	$13,15 \pm 0,02$	300 ± 14

Tabelle 1: Fadenpositionen z auf der Strahlachse und x'_2 und x_2 senkrecht zur Strahlachse, bei denen die TEM_{02} -Mode angeregt wird. w sind die daraus berechneten Strahlbreiten.

Hier wird sofort deutlich, dass sich die verschiedenen $w(z)$ im Rahmen des Fehlers viel zu wenig unterscheiden,

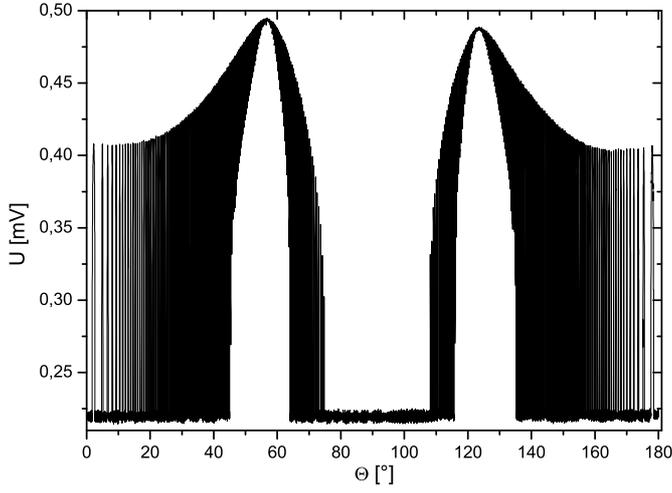


Abb. 2: Laserintensität I über dem Kippwinkel des Plättchens α .

um w_0 berechnen zu können. Die Messung hätte mit höherer Präzision und in deutlich größeren Abständen Δz durchgeführt werden müssen, um bessere Ergebnisse zu erzielen. Letzteres war aufgrund der geringen Resonatorlänge schwer möglich.

4.3 Abschätzung des Verstärkungsfaktors

Das Drehplättchen wird nun als einstellbarer Verlust in den Laserresonator eingebracht. Seine Transmittivität $T(\alpha)$ kann mit (6) berechnet werden. Da das Plättchen auch als Fabry-Perot-Interferometer fungiert, ist der entsprechende Beugungsverlauf zusätzlich aufmoduliert. Durch Messung der Laserintensität $I(\alpha)$ sollen im Folgenden der Brechungsindex n und die Dicke d des Plättchens sowie die Leerlaufverstärkung des Lasers g_0 bestimmt werden. Dazu wird zunächst α von 0° bis 180° durchgeführt und dabei die Kurve $I(t)$ aufgenommen. Über die Gesamtmesszeit wird die Kurve in $I(\alpha)$ umgerechnet (siehe Abb. 2). Wegen der Symmetrie des Verlaufes unter $\alpha \leftrightarrow (180^\circ - \alpha)$ können für jeden abgelesenen Winkel zwei Werte genommen und der Mittelwert gebildet werden. Um den Brechungsindex zu bestimmen, wird der Brewsterwinkel α_B im Graph abgelesen. Bei diesem wird die Transmittivität T maximal und die Intensität fällt auch bei den Beugungsminima kaum noch ab, wodurch die Maxima der Einhüllenden entstehen:

$$\alpha_B = (56,6 \pm 0,3)^\circ$$

Aus α_B und dem Brechungsindex der Luft $n_L = 1,000$ wird der Brechungsindex n des Plättchens berechnet:

$$n = n_L \tan \alpha_B = (1,517 \pm 0,017)$$

Zur Bestimmung der Plättchendicke d muss der Abstand zweier Beugungsmaxima $\Delta\alpha$ bestimmt werden. Um die Genauigkeit zu erhöhen, wird dabei der Abstand $\Delta\alpha = (30,767 \pm 0,027)^\circ$ zwischen $k = 82$ Maxima bestimmt und durch k dividiert. Mit der mittleren Wellenlänge λ erhält man für die Plättchendicke

$$d = \frac{1}{\lambda} \frac{k}{\Delta\alpha} = (148,9 \pm 2,0) \mu m \quad (7)$$

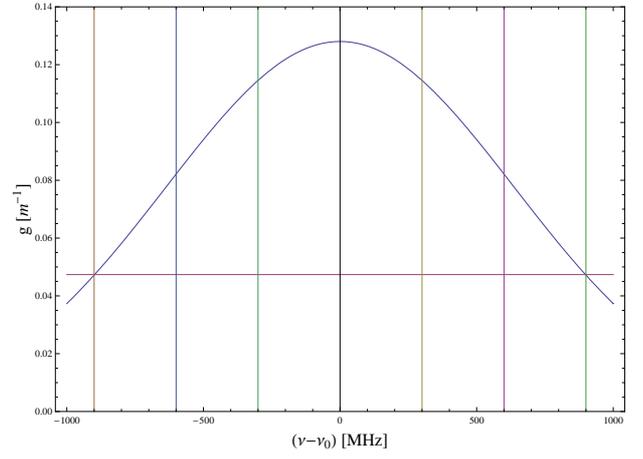


Abb. 3: Dopplerverbreitertes Verstärkungsprofil. Eingezeichnet sind außerdem der Resonatorverlust γ als Verstärkungsschwelle und äquidistante Linien im Abstand $\Delta\nu = 300 \text{ MHz}$. Es lässt sich somit abschätzen, dass 5 Moden zum Laserbetrieb beitragen.

Um die Verstärkung g_0 zu bestimmen, werden die Winkel α_g abgelesen, bei denen sich Verstärkung und Verlust gerade aufheben. An diesen Stellen im Graph erlischt der Laser gerade dann, wenn das Plättchen maximale Reflektivität aufweist. Für jeden dieser Winkel wird die Transmittivität T_g berechnet (siehe Anhang Tabelle 2). Um den Fehler zu minimieren, werden hier nicht alle Werte, sondern nur die beiden mit den kleinsten Fehlern gemittelt:

$$T_g = (0,9853 \pm 0,0099)$$

In einem kompletten Umlauf durch den Resonator wird das Licht je einmal durch die Reflektivitäten der Spiegel $R_1 = 0,9570$ und $R_2 = 0,9966$ und zweimal durch die Transmittivität des Plättchens T_g geschwächt. Dieser Verlust wird durch die Verstärkung $G_0 = \exp(g_0 l)$ des aktiven Mediums der Länge $l = 30,0 \text{ cm}$ genau ausgeglichen. Es gilt also $I_0 = R_1 R_2 T_g^2 \exp(g_0 l) I_0$. Man erhält

$$g_0 = (0,128 \pm 0,034) \text{ m}^{-1}$$

$$G_0 = 1,039 \pm 0,010$$

4.4 Anzahl der beitragenden Longitudinalmoden

Wie bereits im Theorieteil erwähnt, können aufgrund der Dopplerverbreiterung des Laserübergangs mehrere longitudinale Moden anschwingen und verstärkt werden. Damit eine Mode zum Laserbetrieb beitragen kann, muss der Verstärungskoeffizient der Mode $g(\nu)$ größer als der Resonatorverlust

$$\gamma = -\ln(R_1 R_2)$$

sein. Der durch Dopplerverbreiterung frequenzabhängige Verstärkungsfaktor $g(\nu)$ berechnet sich zu:

$$g(\nu) = g_0 e^{-4 \ln 2 \left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu} \right)^2} \quad (8)$$

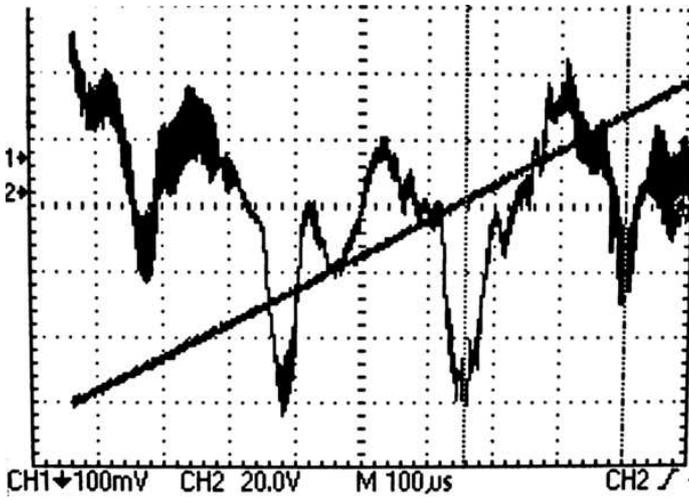


Abb. 4: Momentaufnahme der per Oszilloskop gemessenen Signale von Photodiode (CH1) und Funktionsgenerator (CH2). Die (näherungsweise linear) steigende Spannung des Generators führt über einen Piezokristall zu einer Interferometerlängenänderung und somit zu regelmäßig auftretender destruktiver Interferenz benachbarter Moden, welche sich durch Intensitätseinbrüche (Peaks nach unten) äußert.

Der Frequenzabstand der Moden wird durch die Resonatorlänge L festgelegt, die wir hier mit ausreichender Genauigkeit als $\Delta\nu = 300 \text{ MHz}$ annehmen. In Abbildung 3 ist $g(\nu)$ gegen Frequenzabweichungen von der Grundmode aufgetragen. Desweiteren ist der Verlust γ als minimale Verstärkung, die für den Laserbetrieb erforderlich ist, sowie äquidistante Linien entsprechend $\Delta\nu$ eingezeichnet. Anhand dieser Auftragung lässt sich abschätzen, dass fünf longitudinale Moden am Laserbetrieb teilhaben.

4.5 Longitudinale Moden im Resonator

In diesem Versuchsteil wurde ein weiterer Hohlspiegel (genannt Spiegel 3) auf der Auskoppelseite im Abstand von $d = (8,0 \pm 0,5) \text{ cm}$ von Spiegel 2 positioniert. Der sich exakt ergebende Abstand zwischen den beiden Spiegeln sei d_e . Spiegel 3 ist auf einem Piezokristall angebracht, dessen Ausdehnung mit einem Sinusgenerator harmonisch geändert werden kann. Somit wird d_e im nm -Bereich variabel.

Die beiden Spiegel 2 und 3 bilden ein Interferometer. Je nach Gangunterschied $2d_e$ zwischen an Spiegel 2 und an Spiegel 3 reflektierten Lichtwellen variiert dessen Reflektivität (zurück in den Laser). Generell verstärkt sich die Laserintensität gegenüber den bisherigen Versuchsteilen, da Strahlung zurück in den Resonator gelangt. Falls jedoch die Bedingung für destruktive Interferenz ($2d_e = (2n + 1)\frac{\lambda}{2}$) für eine der longitudinalen Moden erfüllt ist, sackt die Intensität ab. Dies ist auf der Transmissionsseite von Spiegel 1 mit einer empfindlichen und schnellen Photodiode messbar. Das Signal dieser Photodiode wurde neben dem des Sinusgenerators auf dem Oszilloskop beobachtet. In Abb. 4 ist ein zeitlicher Ausschnitt dieses Signals dargestellt, anhand dessen im Folgenden Aussagen über die longitudinalen Moden getroffen werden sollen.

Die eingestrahlenen Moden haben den in Gleichung (1)

beschriebenen Frequenzabstand, der bei der Versuchsanordnung (große Resonatorlänge) im Vergleich zu den absoluten Frequenzen sehr gering ausfällt. Unter geringer Änderung von d_e um Δd durch den Sinusgenerator erreicht man nach und nach für die einzelnen Moden destruktive Interferenz, sodass Intensität verloren geht. Diese einzelnen deutlichen Minima (Peaks nach unten) sind also auf unterschiedliche Schwingungsfrequenzen und nicht auf höhere Interferenzordnungen einer einzelnen Mode zurückzuführen. Von diesen Minima sieht man in Abb. 4 vier Stück (gemessen über der Zeit).

Im betrachteten Zeitintervall ist der Sinus ohne Weiteres linearisierbar. Aus $\Delta U = (100 \pm 2) \text{ V}$ und $\Delta t = (936 \pm 6) \mu\text{s}$ (beides abgelesen am Oszilloskop) wurde die entsprechende Änderungsrate der Spannung berechnet:

$$m = (1,068 \pm 0,022) \cdot 10^5 \frac{\text{V}}{\text{s}}$$

Die Eichkonstante des Piezokristalls ist mit $k = 2,58 \cdot 10^{-9} \text{ mV}^{-1}$ vorgegeben. Durch obigen Zusammenhang zwischen Spannung und Zeit lässt sich nun die durch den Piezokristall verursachte Interferometerlängenänderung Δd pro Zeitintervall Δt berechnen:

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = km = (275,5 \pm 5,7) \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (9)$$

Ein Frequenzabstand $\Delta\nu$, also beispielsweise der Frequenzabstand der Moden oder auch die Frequenzbreite einer Mode, kann dabei näherungsweise berechnet werden durch:

$$\Delta\nu(\Delta t) = \nu \frac{\Delta d}{d} = \frac{c}{\lambda} \frac{km\Delta t}{d} \quad (10)$$

Dabei ist $c = 2,99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ die Lichtgeschwindigkeit und $\lambda = 632,8 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ die Basiswellenlänge des Lasers.

Um den Frequenzabstand $\Delta\nu_{\text{dist}}$ der Moden zu bestimmen, wurden die einzelnen Zeitdifferenzen zwischen den Peaks abgelesen, gemittelt und der Standardfehler bestimmt. Es ergibt sich:

$$t_{\Delta\nu_{\text{dist}}} = (243 \pm 18) \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Die Streuung der Werte und demnach der Fehler des Mittelwertes ist unerwartet hoch. Eine mögliche Ursache wird später diskutiert.

Eine Auswertung der genannten Größen nach Gleichung (10) inklusive Fehlerfortpflanzung liefert für den Frequenzabstand zwischen den Moden:

$$\Delta\nu(t_{\Delta\nu_{\text{dist}}}) = \Delta\nu_{\text{dist}} = (397 \pm 39) \text{ MHz}$$

Für $L \approx 50 \text{ cm}$ wird jedoch ein Frequenzabstand um 300 MHz erwartet, was auf einen groben Fehler in den verwendeten Konstanten und Messwerten hindeutet. Da die Auswertung auf einer simplen Zeitmessung basiert und dem Oszilloskop volle Funktionsfähigkeit unterstellt wird, kommt als einzige Fehlerquelle mit großen Auswirkungen die Eichkonstante des Piezokristalls in Frage. Der Kristall kann im Laufe der Zeit seine Eigenschaften verändert haben und unter Verschleiß leiden. Unter Umständen ist auch die Nichtlinearität in Form der angesprochenen starken Streuung der Peakabstände eine Folge dessen.

Um zu $\Delta\nu_{dist} \approx 300 \text{ MHz}$ zu gelangen, passen wir nun die Eichkonstante des Kristalls an und nehmen an, dass diese den Kristall zum Messzeitpunkt korrekt beschreibt:

$$k_{korr} = (1,95 \pm 0,05) \cdot 10^{-9} \text{ mV}^{-1}$$

Die zeitliche Breite $t_{\Delta\nu_{width}}$ der Peaks ist nur sehr ungenau abzulesen. Wir mitteln nach Augenmaß über alle vier FWHM und schätzen den Fehler sehr groß:

$$t_{\Delta\nu_{width}} = (50 \pm 20) \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Mit dem korrigierten Piezokristall-Eichfaktor k_{korr} erhalten wir somit für die Frequenzbreiten der Moden:

$$\Delta\nu_{width} = (0,61 \pm 0,25) \text{ MHz}$$

4.6 Messung der Lichtgeschwindigkeit

Die einzelnen Schwingungsmoden bedienen sich an einem Leistungsvorrat im aktiven Medium des Lasers, um sich zu verstärken. Da die verfügbare Leistung endlich ist, stellen sich feste Phasenbeziehungen zwischen den Moden ein, die eine maximale Leistungsausbeute für jede Mode garantieren. Eine feste Phasendifferenz zweier Schwingungen ähnlicher Frequenzen ν_a und ν_b resultiert in einer Schwebung mit der Frequenz $\nu = |\nu_a - \nu_b|$. Den Schwebungseffekt macht man sich in diesem Versuchsteil zunutze, um die Lichtgeschwindigkeit zu bestimmen. Gleichung (1) liefert den Frequenzabstand zweier benachbarter Moden bei bekannter Resonatorlänge L und Lichtgeschwindigkeit c . Misst man die Schwebungsfrequenzen ν_1 und ν_2 , also die Frequenzabstände benachbarter Moden für zwei verschiedene Resonatorlängen L_1 und L_2 , verbleibt die Lichtgeschwindigkeit als einzige Unbekannte im Gleichungssystem zweier Gleichungen der Form (1). Durch Subtraktion dieser ergibt sich für die somit experimentell bestimmbare Lichtgeschwindigkeit c_{exp} :

$$c_{exp} = \frac{2(L_1 - L_2)}{\frac{1}{\nu_1} - \frac{1}{\nu_2}} \quad (11)$$

Man sieht, dass für das gewünschte Ergebnis nur die Änderung $d = |L_1 - L_2|$ der Resonatorlänge eine Rolle spielt. Im Versuch wurde die Resonatorlängenänderung durch ein Abstandsstück bekannter Länge realisiert, mit dessen Hilfe Spiegel 2 um $d = (0.19988 \pm 0.00001) \text{ m}$ verrückt werden konnte. Vor und nach dieser Längenänderung wurde jeweils die gesuchte Schwebungsfrequenz mit einer sehr schnellen Fotodiode und dem Fourierpektrum ihres Ausgangssignals bestimmt. Dazu nutzten wir die FFT-Funktion des digitalen Oszilloskops. Die Peaks bei den Schwebungsfrequenzen ν_1 und ν_2 für die Resonatorlängen L_1 und L_2 waren deutlich sichtbar und unter einem geschätzten Fehler von $\pm 0.1 \text{ MHz}$ abzulesen:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= (300.2 \pm 0.1) \text{ MHz} \\ \nu_2 &= (214.4 \pm 0.1) \text{ MHz} \end{aligned}$$

Mit Gleichung (11) bestimmen wir damit die Lichtgeschwindigkeit zu

$$c_{exp} = (2,9988 \pm 0,0057) \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Der Literaturwert ($c = 2.99792458 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$) liegt im Fehlerbereich unseres Ergebnisses.

Aus den beiden Frequenzmessungen lässt sich unter Verwendung dieses Literaturwertes für die Lichtgeschwindigkeit die Resonatorlänge L_1 berechnen, die für die Auswertung vorheriger Versuchsteile von Bedeutung ist:

$$L_1 = \frac{c}{4} \left(\frac{1}{\nu_1} + \frac{1}{\nu_2} \right) - \frac{d}{2} \quad (12)$$

Mit den oben angegebenen Fehlern für ν_1 , ν_2 und d sowie entsprechender Fehlerfortpflanzung erhalten wir für die bis zu diesem Versuchsteil verwendete Resonatorlänge:

$$L_1 = (0.49929 \pm 0.00019) \text{ m} \quad (13)$$

5 Zusammenfassung

Ziel dieses Praktikumsversuchs war es, die grundlegende Funktionsweise eines Lasers zu verstehen und experimentell zu manifestieren. Anhand eines offen konstruierten Helium-Neon-Lasers, d.h. mit frei justierbarem und in der Länge variablen Resonator, wurden zu diesem Zweck einige Experimente durchgeführt. Dabei gelang es, den Frequenzabstand der longitudinalen Moden zu bestimmen, sowie die Anzahl derer abzuschätzen, die zum Laserbetrieb beitragen. Auch einige Transversalmoden höherer Ordnung konnten sichtbar gemacht werden, indem entsprechende Randbedingungen durch Manipulation des Strahlengangs im Resonator geschaffen wurden. Über einen regelbaren Verlust (Drehbares Glasplättchen im Resonator) wurde der Verstärkungsfaktor des Lasers quantitativ untersucht. Durch Variation der Resonatorlänge und unter Ausnutzung des Modenkopplungseffektes konnte die Lichtgeschwindigkeit als einzig unbekannter Parameter in der Auswertung bestimmt werden. Durch geometrische Strahlvermessung und die Anwendung der Theorie zu Gaußstrahlen konnte die Strahltaile im Resonator bestimmt werden.

Literatur

- [1] Anleitung Fortgeschrittenenpraktikum: Laserexperiment

6 Anhang

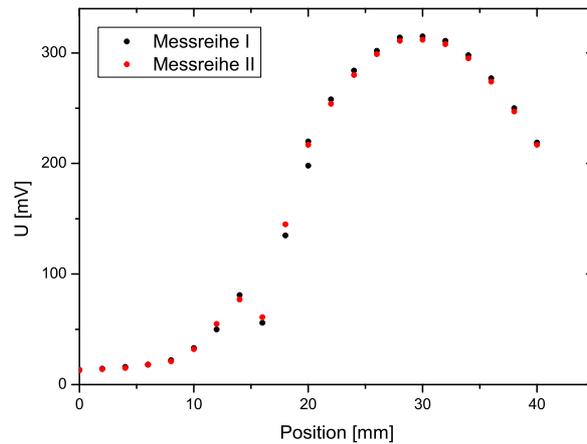


Abb. 5: Transversalprofil der Intensität des Laserstrahls, gemessen als Spannung an der Photodiode in großem Abstand von einer Sammellinse. Nur die Messreihe II wurde ausgewertet, da Messreihe I durch einen Messbereichswechsel verfälscht wurde. Zudem wurde bei der Auswertung der Messpunkt für 16 mm nicht beachtet, da er offenbar auf Interferenzeffekte der Apparatur beeinflusst ist.

$\alpha_g / ^\circ$	$T(\alpha_g)$
$45,14 \pm 0,18$	$0,999 \pm 0,085$
$63,92 \pm 0,18$	$0,991 \pm 0,016$
$115,75 \pm 0,18$	$0,979 \pm 0,011$
$135,15 \pm 0,18$	$0,997 \pm 0,031$

Tabelle 2: Die Grenzwinkel α_g und die entsprechenden Transmittivitäten $T(\alpha_g)$.