

Kernspinresonanz

Ein Praktikumsversuch

Jan-Philip Gehrcke und Malte Lichtner

Anhand von spinpolarisiertem Wasser wurde während des Praktikumsversuchs der Effekt der Kernspinresonanz untersucht. Dabei konnte insbesondere eine extrem präzise Flussdichtebestimmung durch Larmorfrequenzvermessung vorgenommen und die Drehung der Magnetisierung unter Einstrahlung eines Wechselfeldes beobachtet werden. Außerdem gelang es, Stärke und Ausrichtung eines Störfeldes, das Kernmagneton sowie die Relaxationszeit des Wassers zu bestimmen.

Versuchsdurchführung: 21. Februar 2008

Abgabe der Auswertung: 28. Februar 2008

1 Einleitung

Die Anwendungsgebiete der Kernspinresonanz sind vielfältig. Klinisch bedeutsam sind Magnetresonanztomographen, mit denen heutzutage zuverlässige Untersuchungsmethoden möglich sind, die Leben retten, komplizierte Operationen vorbereiten und bisher unverstandene Krankheiten erklären. Für die Chemie bietet NMR (Nuclear Magnetic Resonance) ein mächtiges Werkzeug zur Strukturuntersuchung großer Moleküle. Desweiteren ist keine Magnetfeldstärkemessung so einfach durchführbar und dabei trotzdem hochpräzise wie die Methode der Larmorfrequenzbestimmung, beruhend auf Kernspinresonanz.

In diesem Praktikumsversuch ging es darum, die grundlegende Physik der NMR zu verstehen und zu untersuchen. Dafür wurde mithilfe eines Polarisationsmagneten ein Besetzungsüberschuss im Zwei-Niveau-System der Spinzustände des Wasserstoffkerns erzeugt. Das somit spinpolarisierte Wasser wurde durch ein Schlauchsystem in eine Manipulatorschleife gepumpt, durch deren HF-Strahlung Spindrehung (d.h. Drehung der makroskopischen Magnetisierung) möglich wurde. Danach floss das Wasser zu dem Analysator des Experiments, in dem die z -Komponente der Magnetisierung untersucht werden konnte. Mit diesem simplen Aufbau gelang es, wichtige Vorgänge und Größen der NMR quantitativ oder qualitativ zu erfassen.

2 Theorie

Atomkerne mit nicht verschwindendem Eigendrehimpuls (Spin) \vec{S} besitzen ein magnetisches Moment $\vec{\mu}$, welches in Richtung von \vec{S} weist. Die beiden Größen sind über das gyromagnetische Verhältnis γ gekoppelt, welches charakteristisch für jeden Atomkern ist und sich aus dem Kernmagneton μ_k sowie dem Landé-Faktor g berechnet:

$$\vec{\mu} = \gamma \vec{S} = \frac{g\mu_k}{\hbar} \vec{S} \quad (1)$$

In einem externen Magnetfeld $\vec{B}_0 = \vec{e}_z B_0$ spalten Spinzustände in Abhängigkeit der magnetischen Spinquantenzahl m , also in Abhängigkeit ihrer z -Komponenten $S_z = m\hbar$ energetisch auf (Zeemann-Effekt): Der Betrag E der Energie eines magnetischen Moments $\vec{\mu}$ im Magnetfeld \vec{B}_0 ist durch $E = \vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$ gegeben. Da das Magnetfeld die z -Richtung vorgibt, lässt sich die Energie eines Spins in ihm mit (1) auf $E(m) = \mu_z B_0 = \gamma m \hbar B_0$ reduzieren. Die Kerne der im Versuch untersuchten Wasserstoffatome sind Protonen, also Spin- $\frac{1}{2}$ -Teilchen mit $m = \pm \frac{1}{2}$. Die Energiedifferenz ΔE zwischen den beiden Spinzuständen $|\uparrow\rangle$ ($m = \frac{1}{2}$) und $|\downarrow\rangle$ ($m = -\frac{1}{2}$) beträgt also

$$\Delta E = |E(\frac{1}{2}) - E(-\frac{1}{2})| = \gamma \hbar B_0 \quad (2)$$

Mit einem Photon der Energie ΔE ist dieser sich im Magnetfeld ergebende Energieübergang zwischen den Spinzuständen anregbar. Die entsprechende Resonanzfrequenz ω_0 , auch Larmorfrequenz genannt, ergibt sich mit (2) zu

$$\omega_0 = \gamma B_0. \quad (3)$$

Betrachtet man ein Ensemble von Atomkernen im thermodynamischen Gleichgewicht bei der Temperatur T , lässt sich das Verhältnis der Besetzungszahlen durch die Boltzmannsche Statistik beschreiben:

$$\frac{N_{|\uparrow\rangle}}{N_{|\downarrow\rangle}} = e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}} \quad (4)$$

Mit der Gesamtprotonenzahl N erhält man durch Taylorentwicklung eine Besetzungszahl ΔN von

$$\Delta N = N_{|\uparrow\rangle} - N_{|\downarrow\rangle} \approx N \frac{\Delta E}{2k_B T}. \quad (5)$$

Bei entsprechend hohen Magnetfeldern hat dies eine makroskopische Magnetisierung \vec{M}_0 in z -Richtung zur Folge. Diese ist durch ein zirkular polarisiertes Wechselfeld \vec{B}_1 , welches Energieübergänge zwischen den beiden Spinzuständen induzieren kann, manipulierbar. Makroskopisch

beschreibt dies die Landau-Lifschitz-Gleichung der klassischen Elektrodynamik:

$$\frac{d\vec{M}_0}{dt} = \gamma \vec{M}_0 \times (\vec{B}_0 + \vec{B}_1) \quad (6)$$

Wird \vec{B}_1 mit der Frequenz ω_0 senkrecht zu \vec{B}_0 für die Zeit t eingestrahlt, dreht sich \vec{M}_0 um den Winkel $\Phi(B_1, t)$ aus der Ruhelage, sodass M_z abnimmt:

$$\frac{M_z}{M_0} = \cos \Phi \quad \text{mit} \quad \Phi = \gamma B_1 t \quad (7)$$

Weicht die Frequenz $\omega = 2\pi\nu$ des Wechselfeldes von $\omega_0 = 2\pi\nu_{res}$ ab, verringert sich die Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den Spinzuständen. Die Abnahme der z -Komponente der Magnetisierung berechnet sich mit $u(\nu) = (\nu_{res} - \nu)/\gamma B_1$ durch

$$\frac{M_z(\Phi, \nu)}{M_0} = \frac{1}{1 + u(\nu)^2} (u(\nu)^2 + \sqrt{1 + u(\nu)^2}) \cos \Phi. \quad (8)$$

Nach beschriebener Anregung relaxiert die z -Komponente der Magnetisierung durch Spin-Gitter-Wechselwirkung mit einer charakteristischen Zeitkonstanten T_1 zurück in den Grundzustand (wenn das betrachtete Spinensemble im Polarisationsmagnetfeld verbleibt) oder gegen Null (außerhalb des polarisierenden Feldes). M_x und M_y verschwinden nach der Anregung durch Spin-Spin-Wechselwirkungen mit der Zeitkonstanten T_2 . BLOCH drückte das Phänomen der Relaxation mit der sog. BLOCH-Gleichung aus:

$$\frac{d\vec{M}_0}{dt} = \gamma \vec{M}_0 \times \vec{B} - \frac{(M_z - M_0)\vec{e}_z}{T_1} - \frac{\vec{M}_{xy}}{T_2} \quad (9)$$

Im Versuch ist M_z die Observable für die Magnetisierung des Wassers. Die entsprechende Zeitentwicklungsgleichung für M_z muss, bei Betrachtung eines Volumens, das von (de-)polarisierendem Wasser durchflossen wird, um einen für diese in der Zeit τ ab- bzw. zugeführte Magnetisierung \vec{m} charakteristischen Term erweitert werden:

$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma \vec{M}_0 \times \vec{B} - \frac{M_z}{T_1} + \frac{\vec{m}}{\tau} \quad (10)$$

3 Versuchsaufbau

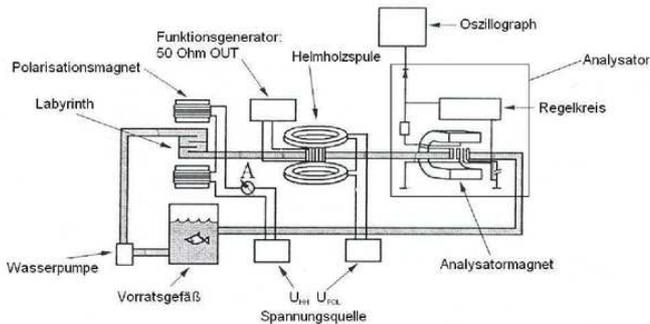


Abb. 1: Schematischer Versuchsaufbau

Abb. 1 zeigt schematisch den für alle Versuche verwendeten Aufbau. Ein Wasserkreislauf mit zweifach destilliertem Wasser durchläuft drei Stationen: Polarisator, Manipulator und Analysator. Eine Pumpe sorgt für einen stetigen Wasserfluss, die Fließgeschwindigkeit wird über die Pumpenspannung geregelt. Hohe Fließgeschwindigkeiten bei etwa 12 V Pumpenspannung verhindern eine laminare Strömung mit radialen Geschwindigkeitsgradienten im Schlauch, die im Versuch nicht erwünscht sind.

Im Polarisator durchläuft das Wasser ein Labyrinth in einem konstanten Magnetfeld B_0 hoher Flussdichte und wird dabei, wie beschrieben, spinpolarisiert. Durch den langen Aufenthalt im Labyrinth wird thermisches Gleichgewicht garantiert. Der Strom in der Polarisatormagnetspule muss ständig überwacht und auf 2,5 A eingeregelt werden, da sich bei Erwärmung ihr Widerstand erhöht.

Das polarisierte Wasser gelangt anschließend zum Manipulator. Hier durchläuft es die Manipulatorspule, die ein hochfrequentes magnetisches Wechselfeld B_1 einstrahlen kann. Frequenz und Amplitude des Feldes werden über einen Funktionsgenerator eingestellt. Dieser kann mithilfe eines Dreiecksgenerators gesteuert werden, sodass Frequenz- und Amplitudensweeps durchgeführt werden können. Die Manipulation der Magnetisierung findet zunächst im Störfeld (hauptsächlich Erdmagnetfeld) statt. Mithilfe einer zusätzlichen Helmholtzspule kann diesem im Manipulator ein weiteres konstantes Magnetfeld überlagert werden, wodurch Ausrichtung und Stärke des Störfeldes bestimmt werden können. Da die Form der Resonanzkurven aus (8) nur für ideal turbulente Strömungen gilt, bei der im Mittel jeder Spin die gleiche Zeit im Manipulator verbringt, ist der Schlauchradius im Manipulator von $r = 6 \text{ mm}$ auf $r = 4 \text{ mm}$ reduziert. Trotzdem müssen restliche Geschwindigkeitsunterschiede der Protonen durch eine zusätzliche Gauß'sche Unschärfe berücksichtigt werden:

$$\frac{M'_z(\Phi_0, \nu)}{M_0} = \int_{-\infty}^{\infty} d\Phi \frac{M_z(\Phi, \nu)}{M_0} \sqrt{\frac{1}{\pi c \Phi_0}} \exp\left(-\frac{(\Phi - \Phi_0)^2}{c \Phi_0}\right) \quad (11)$$

Der Wasserkreislauf führt nun durch den Analysator. Hier liegt ein konstantes Magnetfeld an, dem ein 50 Hz-Wechselfeld (Wobbelfeld) überlagert ist, wodurch das $B_0(t)$ -Feld des Analysators entsteht. Das Wasser durchfließt innerhalb dieses Analysatorfeldes eine weitere Spule, die mit einem Hochfrequenzschwingkreis einstellbarer Resonanzfrequenz gekoppelt ist. Bei Resonanz erzeugt der Schwingkreis durch stimulierte Emission Spinübergänge im Wasser. Durch Absorption dieser Photonen gewinnt er an Energie, was eine messbar erhöhte Leistung und somit Stromstärke zur Folge hat. Durch das Wobbelfeld wird der Resonanzfall innerhalb von 20 ms nur zweimal erreicht, wodurch eine vollständige Entmagnetisierung des Wassers im Analysator verhindert wird. Der zeitliche Verlauf des Messsignals S , das proportional zur Stromstärke des Schwingkreises ist, kann mithilfe einer Messkarte mit einem PC aufgezeichnet werden. Ein Sample-and-Hold-Verstärker ermöglicht es - bei korrekter Phaseneinstellung - nur die Amplituden der

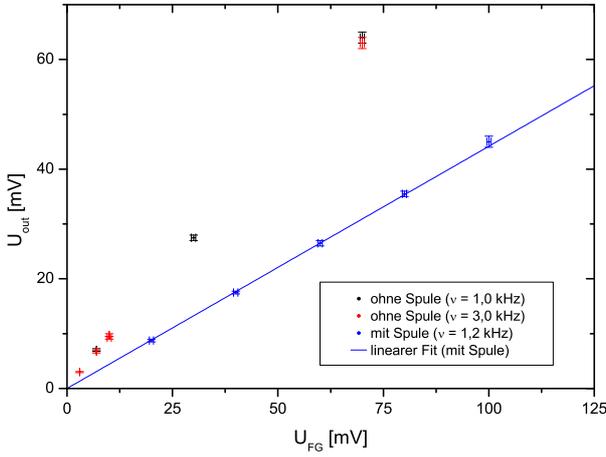


Abb. 2: Eichkurve des Funktionsgenerators. Die Ausgangsspannung U_{out} (abgelesen am Oszilloskop) geht linear mit der eingestellten Spannung U_{FG} . Der Eichfaktor hängt nicht von der eingestellten Frequenz ν , aber von der angeschlossenen Last ab.

ν/kHz	Skala/mV	U_{FG}/mV	U_{out}/mV
1,0	1	$7,00 \pm 0,05$	$7,00 \pm 0,25$
3,0	1	$7,00 \pm 0,05$	$6,75 \pm 0,25$
3,0	1	$10,00 \pm 0,05$	$9,75 \pm 0,25$
3,0	10	$10,0 \pm 0,5$	$9,25 \pm 0,25$

Tabelle 1: Exemplarische Ergebnisse zur Eichung des Funktionsgenerators ohne Last

untersucht werden. Dazu wurde sein Ausgangssignal S oszilloskopiert.

Die Frequenz ν des Analysatorschwingkreises wurde dann grob so eingestellt, dass zwei Resonanzpeaks pro Periode (50 Hz-Schwingung) deutlich zu erkennen waren. In diesem Zustand schwingt das modulierte Analysatorfeld (konstantes Feld B_A + Wobelfeld) zwei mal pro Wobelperiode über die Resonanzfeldstärke $B = 2\pi\nu/\gamma$. In diesen Momenten entstehen die bereits erwähnten Resonanzpeaks S_1 und S_2 . Der Verlauf des Analysatorsignals ist in Abb. 3 beispielhaft dargestellt. Die Messdaten für den Graph wurden mit dem Computer abgetastet. Das zur Messsignalübertragung verwendete Koaxialkabel war nicht mit einem Abschlusswiderstand versehen. Aus diesem Grund kommt es zu „Überschwingern“ in den positiven Spannungsbereich. Die im Folgenden relevanten Größen sollte dies aber nicht verfälschen.

Der zeitliche Abstand t_{12} zwischen den Peaks hängt von der Schwingkreisfrequenz ν ab. Für den Fall, dass sie der Resonanzfrequenz ν_{res} des konstanten Analysatorfeldes B_A entspricht, gibt es Resonanz natürlich nur bei den Nulldurchgängen des Wobelfeldes. Dann liegen die Peaks S_1 und S_2 äquidistant in einem Abstand von $t_{12} = 10 ms$. ν_{res} und damit B_A sollen auf diesem Wege ermittelt werden.

Das Messsignal wurde für verschiedene Frequenzen ν aufgenommen. Die entsprechenden Graphen sind in den Abbildungen 14 bis 22 im Anhang dargestellt. Aus diesen Daten wurden dann für eine Frequenz jeweils zwei Abstände t_{12} abgelesen und gemittelt. Unter Einbezug der Ablesefehler schätzen wir den Fehler dieser Mittelwerte großzügig auf $\pm 0,2 ms$. Die entsprechenden Frequenzen ν wurden mithilfe eines Frequenzzählers gemessen. Hier liegt der Messfehler bei $\pm 10 Hz$. An die somit gewonnenen t_{12} - ν -Punkte wurde eine Sinus-Kurve $\nu(t_{12})$ angepasst (siehe Abb. 4). Es existiert sehr große Übereinstimmung zwischen der Kurve und den Punkten. Der Spielraum zur weiteren Anpassung der Kurvenparameter in den Fehlerbereichen der einzelnen Punkte ist verschwindend klein. Aus diesen Gründen können wir beim Ablesen eines Funktionswerts $\nu(t)$ den Abzissenfehler guten Gewissens auf höchstens $\pm 0,1 ms$ (die Hälfte des Fehlers, den bereits jeder einzelne Messpunkt hat) schätzen. Daher bestimmen wir nun die Resonanzfrequenz ν_{res} des konstanten Analysatorfeldes aus

$$\nu_{res} = \nu((10 \pm 0,1) ms) = (4,721645 \pm 0,000095) kHz.$$

Mit (3) und $\gamma = 2,67515255 \cdot 10^8 (sT)^{-1}$ ergibt sich dann für die Feldstärke des konstanten Analysatorfeldes:

$$B_A = (0,1108955 \pm 0,0000025) T$$

Resonanzpeaks S_1 bzw. S_2 abzutasten. Amplitude und Besetzungszahldifferenz ΔN des Spinsystems sind durch die Analysatorfunktion

$$S_1 \text{ bzw. } S_2 \propto k(1 - \sqrt{1 + l\Delta N}) \quad (12)$$

verknüpft.

Hinter dem Analysator wird das Wasser in einen Behälter geleitet, in dem es wieder vollständig depolarisiert.

4 Versuchsdurchführung und Auswertung

4.1 Inbetriebnahme Funktionsgenerator

Zu Beginn wurde das Verhalten des 50 Ω -Ausgangs des Funktionsgenerators überprüft. Dazu wurde die Ausgangsspannung U_{out} am Oszilloskop gemessen (durch Ablesen des Spitze-Spitze-Abstands) und mit der eingestellten Spannung U_{FG} verglichen. Die Ergebnisse sind in Abb. 2 grafisch aufgetragen. Tabelle 1 zeigt einige exemplarische Werte. Es wurde zunächst das Ausgangssignal ohne Last bei verschiedenen Frequenzen ($\nu = 1 kHz$, $\nu = 3 kHz$) sowie am Skalenüberlapp untersucht. Anschließend wurde die Manipulatorspule mit einem Vorwiderstand $R = 47$ bei $\nu = 1,2 kHz$ angeschlossen, wodurch sich der Eichfaktor U_{out}/U_{FG} verringert. Sowohl die Frequenz als auch der Skalenüberlapp haben hingegen im Rahmen des Fehlers keinen Einfluss auf den Eichfaktor. Da er in Versuchsteil 5 benötigt wird, wurde er bei angeschlossener Manipulatorspule zu $U_{out}/U_{FG} = 0,442 \pm 0,005$ bestimmt.

4.2 Bestimmung des der Flussdichte des Analysatorfeldes

Nachdem Pumpe, Polarisator und Analysator in Betrieb genommen wurden, konnte die Resonanz im Analysator

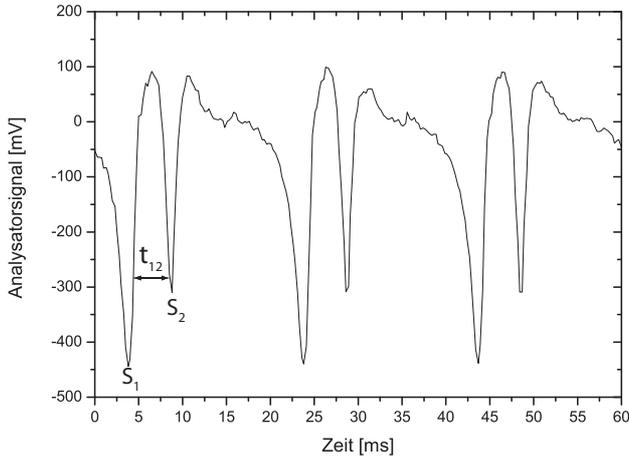


Abb. 3: Exemplarischer zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals. Die Schwingkreisfrequenz ist nahe der Resonanzfrequenz des konstanten Analysatorfeldes B_A . Durch Modulation dessen mithilfe eines Wobbfeldes kommt es zweimal pro Periode zum Resonanzfall und somit zur Entstehung der Peaks S_1 und S_2 , die im Abstand t_{12} aufeinander folgen.

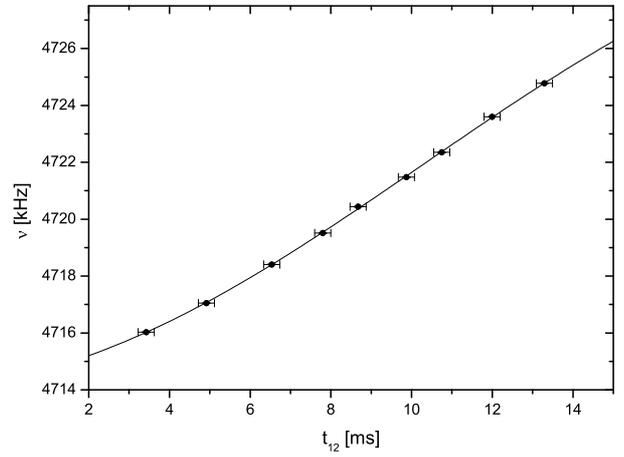


Abb. 4: Punkte mit Fehlerbalken: Bei verschiedenen Frequenzen ν gemessener zeitlicher Abstand t_{12} zwischen den Resonanzpeaks S_1 und S_2 . Durchgezogene Linie: ausgleichende Sinusfunktion $\nu(t_{12})$. Für $t_{12} = 10\text{ ms}$ (Äquidistanz der Peaks) ist das Wobbfeld im Resonanzfall Null. Daher entspricht $\nu(10\text{ ms})$ der Resonanzfrequenz des konstanten Analysator magnetfeldes.

Entsprechend (2) erzeugt diese Feldstärke eine Energieaufspaltung zwischen den Spinzuständen von

$$\Delta E = (19,52720 \pm 0,00050) \cdot 10^{-9} \text{ eV.}$$

Bemerkenswert ist die Präzision der Messergebnisse, also die Anzahl der sicher bestimmten signifikanten Stellen. Dabei ist davon auszugehen, dass der Fehler, von dem ausgegangen wurde (Funktion abgelesen bei $(10 \pm 0,1)\text{ ms}$), immer noch größer als der reale ist, da schon jeder einzelne t_{12} - ν -Punkt nur einen bereits großzügigen Zeitfehler von $\pm 0,2\text{ ms}$ trägt.

Nun soll noch auf die t_{12} -Abhängigkeit der Amplitude des S_2 -Peaks eingegangen werden. Bis zu einer Zeit von $t_{12} = 10\text{ ms}$ ist S_2 als Amplitude des auf den ersten Puls folgenden Peaks klar definiert; danach kehren sich die Peaks um. Aus den aufgenommenen Messreihen wurde der Betrag der Amplitude S_2 für jede festgestellte Zeit t_{12} bis 10 ms zwei mal abgelesen und gemittelt. Der Fehler des Mittelwertes wurde auf $\pm 10\text{ mV}$ geschätzt. Trägt man nun $|S_2|$ gegen t_{12} auf, entsteht ein monoton steigender Graph, der in Abb. 5 gezeigt wird. Dass die Amplitude mit steigendem Abstand zunimmt, ist u.a. mit der endlichen Strömungsgeschwindigkeit des Wassers zu erklären: Die maximal zur Verfügung stehende Magnetisierung des Wassers in einem Volumen innerhalb des Analysatorzentrums wird während des ersten Resonanzpeaks S_1 durch Absorption in den Schwingkreis praktisch vollständig abgebaut. Nun hängt es von der Zeit t_{12} und der Pumpgeschwindigkeit ab, wieviel des depolarisierten Wassers durch neues, spinpolarisiertes Wasser ausgetauscht wird. Da die Pumpgeschwindigkeit während dieses Versuchsteils konstant ist, steigt $|S_2|$ mit zunehmender Zeit t_{12} an. Für $t_{12} = 10\text{ ms}$ stellt sich ein Gleichgewicht ein, in dem beide Peaks die gleiche Amplitude besitzen.

4.3 Abhängigkeit der Magnetisierung vom Polarisatorstrom I_{pol}

Nach (2) und (5) ist die Besetzungszahl ΔN proportional zum Polarisatorstrom I_{pol} . Durch Messung der Peak-Amplitude S_1 bei verschiedenen Stromstärken I_{pol} soll dieser Zusammenhang überprüft werden, wobei die Analysatorfunktion (12) an dieser Stelle als $S \propto \Delta N$ grob genähert wird. Der Ausgang des Analysators wird an den Sample-and-Hold-Verstärker angeschlossen. Dieser ist mit dem 50 Hz -Wobbfeld synchronisiert und seine Phase wird so eingestellt, dass er am Ausgang genau S_1 ausgibt.

S_1 wird mit Oszilloskop und PC ausgelesen. Für jeden eingestellten Strom I_{pol} wurde zum Ausgleich statistischer Schwankungen der zeitliche Verlauf von S_1 für etwa 70 s mit dem PC aufgezeichnet. Abb. 23 (Anhang) zeigt die gemessenen Signale. Die mittlere Höhe des S_1 -Peak wurde jeweils durch eine waagerechte Ausgleichsgerade bestimmt. Hier fiel auf, dass das Messsignal bei $I_{pol} = 2,5\text{ A}$ anders als bei anderen Stromstärken kaum zeitlich fluktuierte. Am Oszilloskop wurde überprüft, dass der Ausgang des Sample-and-Hold-Verstärkers die Amplitude des Peaks korrekt wiedergab. Offenbar konnte aber der PC keine Spannungen $< -495\text{ mV}$ messen, womit der Messpunkt für $I_{pol} = 2,5\text{ A}$ verworfen werden musste. Das gleiche Problem trat wieder in den Versuchsteilen 4.4 und 4.6 auf.

Um S_1 in Abhängigkeit von der Polarisationsflussdichte B_{pol} darzustellen, wurde mit der Hallsonde bei $I_{pol} = 2,5\text{ A}$ die Flussdichte des Magneten gemessen und so unter Annahme eines konstanten Faktors $B_{pol}/I_{pol} = (0,2930 \pm 0,0023)\text{ T/A}$ bestimmt. In Abb. 6 ist S_1 über B_{pol} dargestellt. Obwohl S_1 mit der Polarisationsflussdichte u.a. über die nicht-lineare Analysatorfunktion (12) verknüpft ist, kann die Abhängigkeit im Messbereich durch eine Ausgleichsgerade angenähert werden.

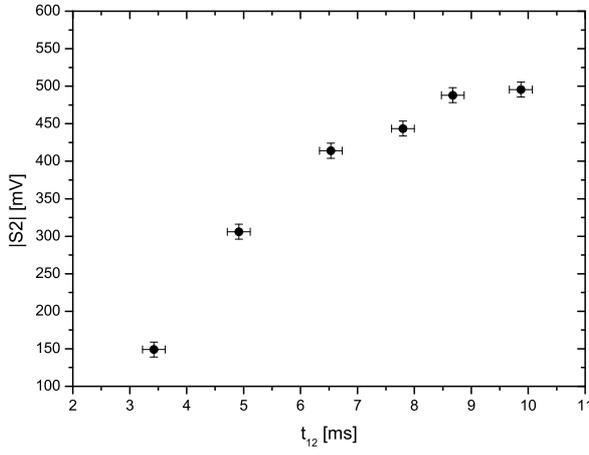


Abb. 5: Betrag der Amplitude des Peaks S_2 in Abhängigkeit des zeitlichen Abstands t_{12} zwischen den beiden Resonanzpeaks S_1 und S_2 . Folgt der zweite Peak innerhalb der ersten 10 ms auf den ersten, so ist noch nicht alles seit der ersten Resonanz depolarisierte Wasser aus dem Analysatorzentrum herausgepumpt. Somit ist die für den Peak S_2 verantwortliche Spinpolarisierung umso schwächer, je kürzer t_{12} ist.

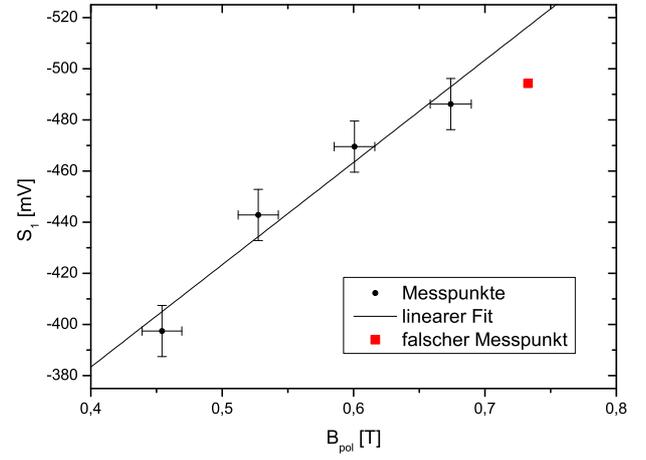


Abb. 6: Die Höhe des S_1 -Peak S_1 ist mit der Polarisatorflussdichte B_{pol} über die linearen Funktionen (2) und (5) sowie die nicht-lineare Analysatorfunktion (12) verknüpft. Die Abhängigkeit kann im Messbereich aber durch eine Ausgleichsgerade angenähert werden. Der falsche Messpunkt entstand, da der PC keine Spannungen $< -495\text{ mV}$ messen konnte.

4.4 Spindrehung im Störfeld

Mithilfe der Manipulatorspule sollen nun Spindrehungen im Störfeld induziert und der Phasenraum der Resonanz untersucht werden. Entsprechend (11) ändert sich dabei durch Drehung des Magnetisierungsvektors \vec{M} das Messsignal S_1 abhängig von Frequenz ν_M und Amplitude U_M der Manipulatorspule. Beide können über Dreiecks- und Funktionsgenerator durchfahren werden. Mit dem PC werden dabei ν_M und S_1 gemessen.

Als Anhaltspunkt für die Resonanzfrequenz diente das Erdmagnetfeld mit $\nu_{res,E} \approx 1,3\text{ kHz}$. Die tatsächliche Resonanzfrequenz weicht aufgrund der Überlagerung mit anderen Feldern (z.B. des Analysatormagneten) von dieser ab und wurde bei $\nu_{res} \approx 1580\text{ Hz}$ gefunden. Anschließend wurde der Bereich $1,4\text{ kHz}$ bis $1,8\text{ kHz}$ mit Frequenz-Sweeps bei fester Amplitude U_M (bzw. U_{FG}) vermessen. Es wurden Kurven $S_1(\nu)$ für $U_{FG} = 10\text{ mV}$ bis 100 mV in Schritten von 5 mV aufgenommen (Abb. 28 bis 46 im Anhang).

Abb. 7 zeigt den Phasenraum $S_1(\nu_M, U_{FG})$. Man erkennt die Maxima bei der Resonanzfrequenz $\nu_{res} \approx 1580\text{ Hz}$ sowie die periodischen Schwingungen entlang der U_{FG} -Achse. Die Messwerte fern der Resonanzfrequenz sind zum Teil zu hoch, da der PC keine Spannungen $< -495\text{ mV}$ messen konnte.

Bei fester Frequenz $\nu = 1580\text{ Hz}$ wurde nun ein Amplituden-Sweep von $U_{FG} = 0$ bis U_{max} durchgeführt, um die Spindrehkurve $S_1(U_M)_{\nu_{res}}$ zu messen und daraus $\frac{M_z}{M_0}(\Phi)_{\nu_{res}}$ zu bestimmen. Um die Kurve zu glätten, wurden 9 Sweeps aufgenommen (siehe Anhang Abb. 24) und davon 7 sehr ähnliche gemittelt. Die maximale Spannung an der Manipulatorspule wurde dabei mit dem Oszilloskop zu $U_{max} = (327,40 \pm 0,25)\text{ mV}$ bestimmt.

Um Frequenz- und Amplituden-Sweep zu vergleichen, wurde die Zeitachse des Amplituden-Sweeps zunächst auf die Spannung U_{FG} am Funktionssgenerator umgerechnet.

Dazu wurde im $S_1(t)$ -Graph der Zeitpunkt, ab welchem sich das Signal nicht mehr änderte, zu $t_{max} = 32,0\text{ s}$ abgelesen und die Achse mit U_{max} , t_{max} und dem Eichfaktor umgerechnet. Abb. 8 zeigt den gemittelten Verlauf der Spindrehkurve $S_1(U_{FG})_{\nu_{res}}$ und die entsprechenden Messpunkte vom Frequenz-Sweep für $\nu = 1580\text{ Hz}$ (Wertepaare: Tab. 3 im Anhang). Beide Messungen zeigen gute Übereinstimmung. Die leichte Streckung der beiden Messungen zueinander (auf der U_{HF} -Achse) resultiert aus dem Fehler der Achsenumrechnung. Die Resonanzkurven $S_1(\nu)$ für π , $3/2\pi$ und 2π konnten hier für einen späteren Vergleich mit der Theorie identifiziert werden.

Die Achse des Amplituden-Sweeps wurde nun auf den Drehwinkel Φ umgerechnet. Dazu wurde $\Phi = \gamma B_1 t_s$ berechnet. Die Amplitude B_1 erhält man aus den Spulenparametern und der Spannung U_M :

$$B_1 = \mu_0 \frac{N}{2LR} U_M \quad (13)$$

Dabei ist $N = 125$ die Windungszahl, $R = 47\ \Omega$ der Widerstand und $L = 0,025\text{ m}$ die Länge der Manipulatorspule. Außerdem wurde die Verweildauer t_s des Wassers in der Spule aus der in Versuchsteil 4.6 bestimmten Fließgeschwindigkeit v_W berechnet. Dabei ist die Verengung des Schlauches im Manipulator von $r_1 = 6\text{ mm}$ auf $r_2 = 4\text{ mm}$ zu berücksichtigen:

$$t_s = \frac{r_2^2 L}{r_1^2 v_W} \quad (14)$$

Zur Bestimmung von $\frac{M_z}{M_0}(\Phi)_{\nu_{res}}$ wurde nun die Kurve $S_1(\Phi)_{\nu_{res}}$ mithilfe der Analysatorfunktion (12) durch Anpassung der Parameter um die Φ -Achse symmetrisiert und normiert:

$$\frac{M_z}{M_0} = \frac{(1 - \frac{S_1 - S_{10}}{k})^2}{l} \quad (15)$$

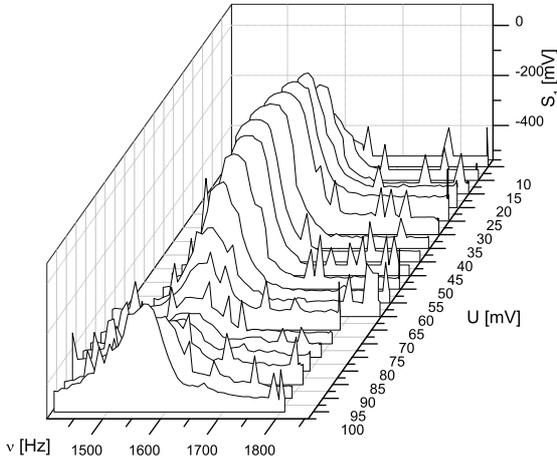


Abb. 7: Phasenraum der Resonanz im Störfeld. Man erkennt die Maxima bei der Resonanzfrequenz $\nu_{res} \approx 1580 \text{ Hz}$, sowie die periodischen Schwingungen entlang der U -Achse. Die Messwerte fern der Resonanzfrequenz sind zum Teil zu hoch, da der PC keine Spannungen $< -495 \text{ mV}$ messen konnte.

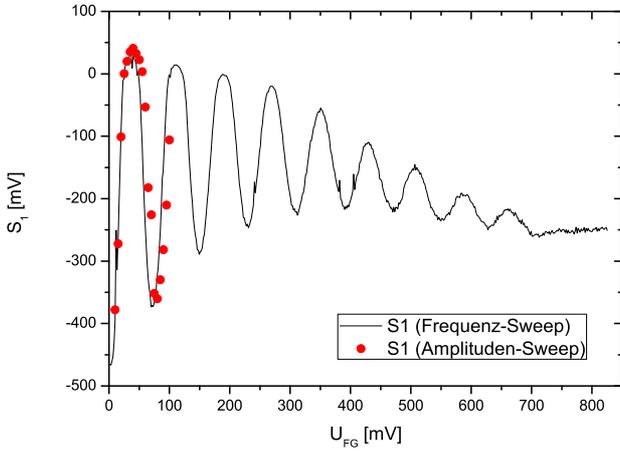


Abb. 8: Spindrehkurve (Amplituden-Sweep) und Messpunkte des ersten Versuchsteils (Frequenz-Sweep) für $\nu = 1580 \text{ Hz}$

Die Parameter wurden zu $l = 1$, $k = -390 \text{ mV}$ und $S1_0 = -115 \text{ mV}$ bestimmt. Abb. 9 zeigt die symmetrisierte Kurve sowie die theoretische Kurve (11) mit dem Parameter $c = 0,01$. Beide Kurven stimmen innerhalb der ersten Perioden gut überein.

Die Resonanzkurven $S_1(\nu)$ für π , $3/2\pi$ und 2π wurden nun ebenfalls mit (15) und den bestimmten Parametern umgerechnet. Abb. 25 - 27 (Anhang) zeigen die Ergebnisse im Vergleich mit den theoretischen Kurven aus (8). Die qualitativen Abweichungen von Versuch und Theorie sind durch den fehlenden Gaußterm zu erklären, der erst in (11) berücksichtigt wird. Die entsprechende Kurve konnte hier nicht dargestellt werden, da das Integral nicht gelöst werden konnte.

4.5 Resonanz im Feld der Helmholtzspulen

In diesem Versuchsteil wird dem Störfeld ein weiteres Magnetfeld überlagert. Sein Erzeuger ist ein Helmholtzspu-

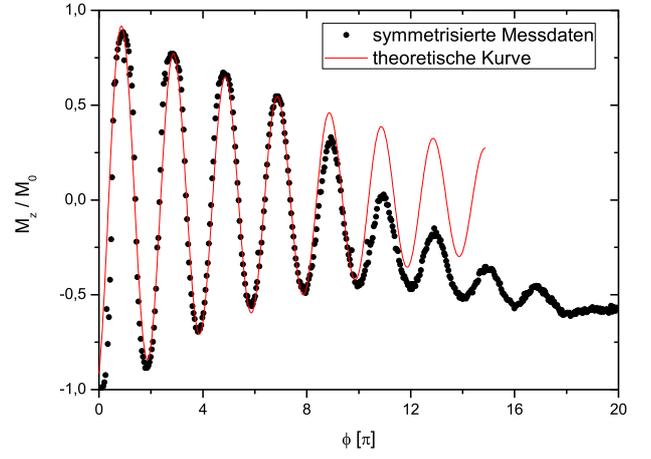


Abb. 9: Symmetrisierte Spindrehkurve und theoretische Vorhersage

lenpaar, in dessen Zentrum die Manipulatorspule angebracht ist. Durch die geometrische Anordnung des Spulenpaares ist es möglich, das Helmholtz-Magnetfeld an dieser Stelle sehr genau zu berechnen. Kennt man Stärke und Ausrichtung des Helmholtz-Feldes \vec{B}_{HH} , kann man durch eine geschickte Auswertung bestimmter Resonanzkurven im Gesamtfeld \vec{B}_{eff} auf Stärke und Ausrichtung des Störfeldes \vec{B}_S schließen, wie im Folgenden dargelegt wird.

Das effektive Feld setzt sich aus vektorieller Überlagerung der Einzelfelder zusammen:

$$\vec{B}_{eff} = \vec{B}_{HH} + \vec{B}_S$$

Quadriert man die Gleichung, erhält man einen Ausdruck, der nur noch die Beträge und relative Ausrichtung der Felder zueinander enthält:

$$B_{eff}^2 = B_{HH}^2 + B_S^2 + 2B_{HH}B_S \cos \Phi$$

Das Magnetfeld der Helmholtzspule ist proportional zur Stromstärke, die das Spulenpaar durchfließt: $B_{HH} = c \cdot I_{HH}$. Die Konstante c ist bei Kenntnis der genauen Geometrie des Spulenpaares berechenbar, wurde zu $c = 0,00312647 \text{ TA}^{-1}$ bestimmt und als fehlerfrei betrachtet. Mit dieser Proportionalität und den Gleichungen (1) sowie (3) ergibt sich:

$$\nu_{res}^2(I_{HH}) = \frac{g^2 \mu_k^2}{h^2} (c^2 I_{HH}^2 + B_S^2 + 2c I_{HH} B_S \cos \Phi) \quad (16)$$

Setzt man in Gleichung (16) $I_{HH} = -I_{HH}$ und addiert bzw. subtrahiert die so erhaltene Gleichung von der ursprünglichen, erhält man:

$$\nu_{res}^2(I_{HH}) + \nu_{res}^2(-I_{HH}) = 2 \frac{g^2 \mu_k^2}{h^2} (c^2 I_{HH}^2 + B_S^2) \quad (17)$$

$$\nu_{res}^2(I_{HH}) - \nu_{res}^2(-I_{HH}) = 4 \frac{g^2 \mu_k^2}{h^2} (c I_{HH} B_S \cos \Phi) \quad (18)$$

Nach den Gleichungen (17) und (18) lassen sich μ_k , B_S und $\cos \Phi$ aus linearen Zusammenhängen zwischen $\nu_{res}^2(I_{HH}) + \nu_{res}^2(-I_{HH})$ und I_{HH}^2 bzw. zwischen $\nu_{res}^2(I_{HH}) - \nu_{res}^2(-I_{HH})$ und I_{HH} bestimmen.

Analog zum vorherigen Versuchsteil wurden daher Resonanzkurven bei verschiedenen Helmholtzspulenströmen

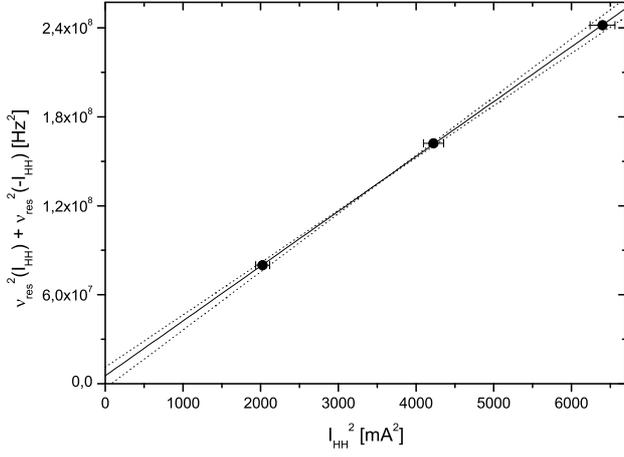


Abb. 10: Die nach Gleichung (17) von der Auftragung der Resonanzfrequenzquadrat-Summen über dem Helmholtzspulenstromquadrat erwartete Linearität wird bestätigt. Aus der Steigung der Ausgleichsgeraden (durchgezogene Linie) kann das Kernmagneton, aus dem Achsenabschnitt die Stärke des Störfeldes bestimmbar werden. Die gestrichelten Linien sind Min/Max-Geraden, die im Rahmen der Fehler ebenfalls die Punkte linear verbinden.

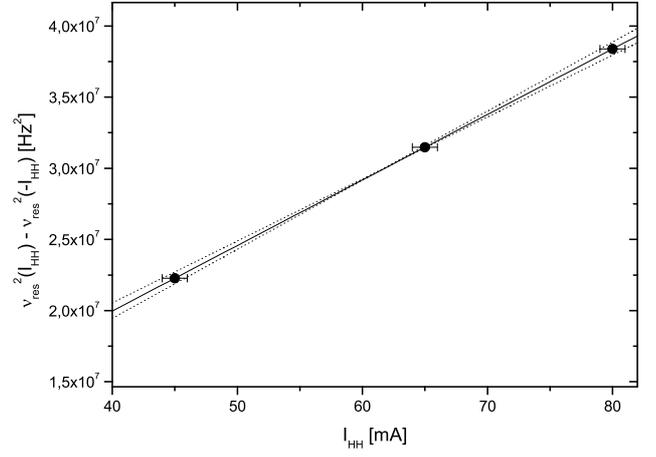


Abb. 11: Die nach Gleichung (18) von der Auftragung der Resonanzfrequenzquadrat-Differenzen über dem Helmholtzspulenstrom erwartete Linearität wird bestätigt. Mithilfe der Steigung der Ausgleichsgeraden (durchgezogene Linie) ist der Winkel zwischen Störfeld und Helmholtzspulenfeld bestimmbar. Die gestrichelten Linien sind Min/Max-Geraden, die im Rahmen der Fehler ebenfalls die Punkte linear verbinden.

I_{HH} aufgenommen. Um die aufgezeigten Linearitäten auszunutzen, erfolgte dies paarweise: Zu jeder Resonanzkurve für I_{HH} wurde auch eine Resonanzkurve für $-I_{HH}$ vermessen. Aus diesen Daten sollten die Resonanzfrequenzen $\nu_{res}(I_{HH})$ und $\nu_{res}(-I_{HH})$ möglichst genau bestimmt werden. Dafür wurde jedes Frequenzspektrum einmal mit positiver und einmal mit negativer Frequenzänderung (gesteuert durch den Dreiecksgenerator) aufgenommen. Weil die Computermessmethode nicht an die Verzögerungszeit zwischen Manipulation und Detektion angepasst ist (das Wasser muss eine nicht unerhebliche Strecke zurücklegen), ist jedes dieser Spektren nach rechts bzw. links verschoben; jedoch um den gleichen Betrag. Mittelt man die beiden Frequenzen, an denen die verschobenen Spektren ihr Extremum aufweisen, erhält man die korrekte Resonanzfrequenz ν_{res} für den aktuellen Spulenstrom I_{HH} . Dieser konnte mit einem Amperemeter bis auf $\pm 0,1 \text{ mA}$ genau bestimmt werden. Die auf diese Weise für verschiedene Spulenströme ermittelten Resonanzfrequenzen sind in Tabelle 2 aufgeführt. Der Fehler für die gemittelten Frequenzen wurde großzügig auf $\pm 10 \text{ Hz}$ geschätzt. Die entsprechenden Spektren befinden sich im Anhang (Abbildungen 47 bis 52).

Trägt man nun

$$f(\nu_{res}(\pm I_{HH})) = \nu_{res}^2(I_{HH}) + \nu_{res}^2(-I_{HH}) \quad (19)$$

über $g(I_{HH}) = I_{HH}^2$ auf, ergibt sich nach (17) eine Ge-

I_{HH}/mA	ν_{res}/Hz	I_{HH}/mA	ν_{res}/Hz
$45,0 \pm 1,0$	7151 ± 10	$-45,0 \pm 1,0$	$5373 \pm 1,0$
$65,0 \pm 1,0$	$9838 \pm 1,0$	$-65,0 \pm 1,0$	$8081 \pm 1,0$
$80,0 \pm 1,0$	$11837 \pm 1,0$	$-80,0 \pm 1,0$	$10086 \pm 1,0$

Tabelle 2: Resonanzfrequenzen im Manipulator für verschiedene Helmholtzspulenströme I_{HH} .

rade, aus deren Steigung m_1 man das Kernmagneton μ_k bestimmen kann:

$$\mu_k = \sqrt{\frac{m_1 h^2}{2g^2 c^2}} \quad (20)$$

Der Achsenabschnitt a_1 der Geraden liefert die Stärke des Störfeldes:

$$B_S = \sqrt{\frac{a_1 h^2}{2g^2 \mu_k^2}} \quad (21)$$

Nach den Regeln der Fehlerfortpflanzung (mithilfe der partiellen Ableitungen von f und g) konnten unter Verwendung der Daten aus Tabelle 2 die g - f -Punkte mit Fehlern bestimmt und graphisch aufgetragen werden (Abbildung 10). Die erwartete Linearität wurde gut reproduziert.

Trägt man

$$p(\nu_{res}(\pm I_{HH})) = \nu_{res}^2(I_{HH}) - \nu_{res}^2(-I_{HH}) \quad (22)$$

über I_{HH} auf, ergibt sich nach (18) ebenfalls ein linearer Zusammenhang, aus dessen Steigung m_2 man den Winkel Φ zwischen Stör- und Helmholtzfeld berechnen kann:

$$\Phi = \arccos \frac{m_2 h^2}{4g^2 \mu_k^2 c B_S} \quad (23)$$

Unter Verwendung der partiellen Ableitung von p wurden die Fehler der p - I_{HH} -Punkte bestimmt. Die grafische Auftragung zeigt die erwartete Linearität (Abbildung 11).

Mithilfe von Ausgleichs- und Min/Max-Geraden wurden die Größen m_1 , a_1 und m_2 samt ihrer Fehler bestimmt:

$$m_1 = (3,70 + 0,23 - 0,17) \cdot 10^{10} \frac{\text{Hz}^2}{\text{A}^2} \quad (24)$$

$$a_1 = (5,2 + 6,0 - 5,5) \cdot 10^6 \text{ Hz}^2 \quad (25)$$

$$m_2 = (4,60 \pm 0,25) \cdot 10^8 \frac{\text{Hz}^2}{\text{A}} \quad (26)$$

Mit (24) und (20) erhält man nun

$$\mu_k = (5,16 + 0,16 - 0,12) \cdot 10^{-27} \text{ JT}^{-1}$$

Dabei wurden der Landé-Faktor für Wasserstoff $g = 5,585$ und das Plancksche Wirkungsquantum $h = 6.62607 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$ verwendet. Der Literaturwert des Kernmagnetonens $\mu_{k,lit} = 5,05 \cdot 10^{-27} \text{ JT}^{-1}$ liegt in unserem Fehlerbereich. Unter Verwendung dieses Literaturwertes wurde nun (mit (25) und (21)) der Betrag der Flussdichte des Störfelds berechnet:

$$B_S = (38 + 17 - 38) \cdot 10^{-6} \text{ T}$$

Die im Rahmen der Fehlerbalken gebildeten Min/Max-Geraden erzeugen für den Achsenabschnitt a_1 einen Fehler, der den Betrag dessen Mittelwertes überschreitet. Dadurch wird die Angabe der Feldstärke wenig aussagekräftig. Der minimale Achsenabschnitt a_1 ist sogar negativ, was zu keiner realen Feldstärke mehr führen kann. Vergleicht man jedoch den Mittelwert der berechneten Störfeldstärke ($38 \mu\text{T}$) mit dem zu erwartenden Erdmagnetfeld ($\approx 30 \mu\text{T}$), und berücksichtigt weiterhin, dass der Aufbau zwei starke Magneten beinhaltet, wirkt er gar nicht so falsch. Der Mittelwert der Störfeldstärke führt nach Gleichung (3) auf eine Resonanzfrequenz von etwa 1600 Hz . Verglichen mit der in Abschnitt 4.4 festgestellten Resonanzfrequenz des Störfeldes von etwa 1580 Hz ergibt sich hier fast Übereinstimmung. Somit liegt der festgestellte Mittelwert der Störfeldstärke sehr nahe der Realität.

Aus oben genannten Gründen wurde der Fehler der Störfeldstärke für die folgende Berechnung des Winkels Φ zwischen Stör- und Helmholtzfeld auf $\sigma_{B_S} = \pm 17 \mu\text{T}$ symmetrisiert. Aus (23), (26) und einer Fehlerfortpflanzung ergibt sich:

$$\Phi = (57 \pm 17)^\circ$$

4.6 Relaxationszeit der Protonenspins

Ist die Pumpe nicht in Betrieb, so polarisieren die Protonen entsprechend ihrer momentanen Position im Wasserkreislauf. Stellt man sie wieder an, so misst man im Analysator einen für diesen Versuch typischen zeitlichen Verlauf der Magnetisierung (Abb. 12).

An folgenden charakteristischen Punkten ist zu erkennen, wo im Wasserkreislauf sich die Protonen beim Stillstand befunden haben, die zum Zeitpunkt t_i das Resonanzfeld des Analysators erreichen:

- $S_1(t_1)$: im Analysator (Beginn Induktionspeak)
- $S_1(t_2)$: im Analysator
- $S_1(t_3)$: zwischen Analysator und Polarisator
- $S_1(t_4)$: direkt am Ende des des Polarisators
- $S_1(t_5)$: vollständig im Polarisator
- $S_1(t > t_6)$: vor dem Polarisator

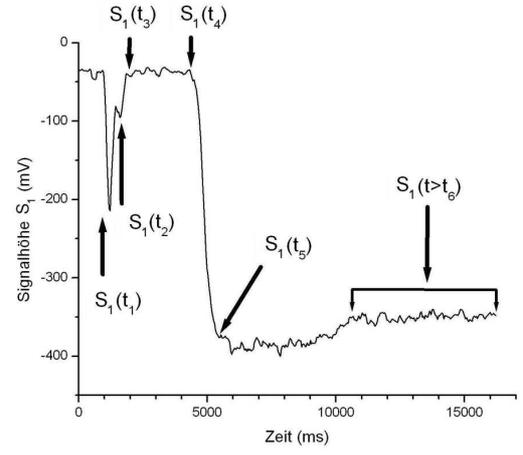


Abb. 12: Typischer Verlauf des Messsignals nach Einschalten der Pumpe. Erläuterung siehe Text.

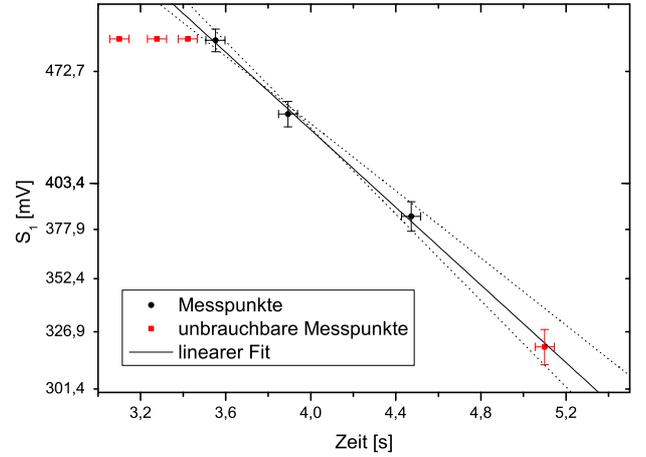


Abb. 13: Das Messsignal sinkt exponentiell mit der Zeit im Schlauch. Die charakteristische Zerfallszeit T_1 wird über die Geradensteigung bestimmt.

Zum Zeitpunkt t_1 wird nicht die eigentliche Magnetisierung, sondern die Induktionsspannung durch Beschleunigung des magnetisierten Wassers im Analysator gemessen. Erst ab t_2 ist die Fließgeschwindigkeit konstant und die tatsächliche Magnetisierung wird gemessen. Der Verlauf $S_1(t)$ wird nun für verschiedene Pumpspannungen U_P mit dem PC gemessen. Jede Kurve wurde dabei drei mal aufgenommen und anschließend diejenige mit den schärfsten Kanten ausgewählt (siehe Anhang Abb. 53 - 59). Da $t_4 - t_1$ die Zeit ist, die das Wasser vom Manipulator zum Analysator benötigt, kann die Wassergeschwindigkeit jeweils über

$$v_W = \frac{L}{t_4 - t_1} \quad (27)$$

mit der Schlauchlänge $L = 3 \text{ m}$ ermittelt werden (siehe Anhang Abb. 60).

Außerdem kann wegen des exponentiellen Zerfalls der Magnetisierung während des Weges durch den Schlauch über

$$S_1(t_5) = \exp\left(-\frac{t_4 - t_1}{T_1}\right) \quad (28)$$

die Relaxationszeit des Wassers T_1 bestimmt werden. Dazu wird $S_1(t_5)$ für verschiedene Pumpspannungen halblogarithmisch über $t_4 - t_1$ aufgetragen und die Geradensteigung bestimmt (siehe Abb. 13). Auch hier trat das Problem auf, dass der PC keine Spannungen $< 495 \text{ mV}$ messen konnte, wodurch drei Messpunkte unbrauchbar wurden. Der Messpunkt für $U_P = 7,0 \text{ V}$ wurde zudem nicht berücksichtigt, da hier v_W den kritischen Wert von $0,67 \text{ m/s}$ unterschreitet. Dieser entspricht in diesem Versuch einer Reynoldszahl von 3000, darunter gilt die Strömung als laminar. Die Relaxationszeit wurde zu

$$T_1 = (3,64 + 0,56 - 0,37) \text{ s}$$

bestimmt. Dieser Wert passt ungefähr zum Literaturwert für destilliertes Wasser $3,0 \text{ s} < T_{1,Lit} < 3,6 \text{ s}$ [1].

5 Zusammenfassung

In diesem Praktikumsversuch wurde der Effekt der Kernspinresonanz qualitativ und quantitativ an einem Wasserkreislauf untersucht.

Dazu wurde das Wasser in einem starken Magnetfeld (Polarisator) spinpolarisiert. In einer Hochfrequenzspule konnte der Magnetisierungsvektor im Störfeld (Erdmagnetfeld + Laborfelder) sowie im zusätzlichen Feld einer Helmholtzspule bei beliebiger Frequenz und Amplitude manipuliert werden (Manipulator). Mithilfe einer weiteren Hochfrequenzspule in einem konstanten Magnetfeld konnte die Magnetisierung durch Änderungen der elektrischen Leistung im Hochfrequenzschwingkreis gemessen werden (Analysator).

Es wurde die Abhängigkeit von Polarisatorflussdichte, Spinbesetzungszahl und gemessener Magnetisierung überprüft und im untersuchten Bereich linear genähert.

Die Flussdichte des Analysatormagneten wurde durch Larmorfrequenzvermessung sehr präzise bestimmt.

Der Phasenraum der Resonanz im Störfeld wurde sowohl in Frequenz- als auch in Amplitudenrichtung systematisch untersucht. Die gemessenen Kurven wurden zur Berücksichtigung einer Detektorfunktion symmetrisiert und normiert. Die Ergebnisse stimmten bei der Resonanzfrequenz gut mit der Theorie überein. Außerhalb der Resonanzfrequenz kam es zu großen Abweichungen durch laminare Strömungen, die eine Gauß'sche Unschärfe in der Magnetisierung erzeugten.

Durch Zuschalten des Helmholtzfeldes konnte die Stärke und die Ausrichtung des Störfeldes und das Kernmagneton bestimmt werden. Letzteres stimmt gut mit dem Literaturwert überein.

Mit dem zeitlichen Profil der Magnetisierung nach Anschalten der Pumpe konnte die Wassergeschwindigkeit sowie die Relaxationszeit T_1 des Wassers bestimmt werden, die im Rahmen der Literaturwerte liegt.

Literatur

- [1] ph1.uni-koeln.de/teaching_seminars/FP/nmr/anleitung.pdf
- [2] Schwier, Eike: Anleitung Magnetische Kernresonanz

6 Anhang

6.1 Analysatorfeldbestimmung

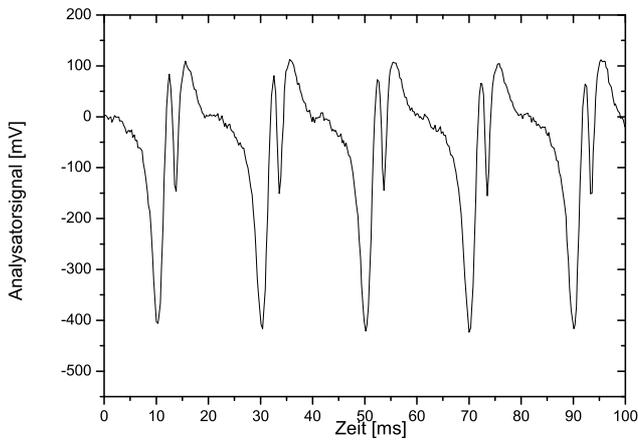


Abb. 14: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4716,03 \text{ kHz}$

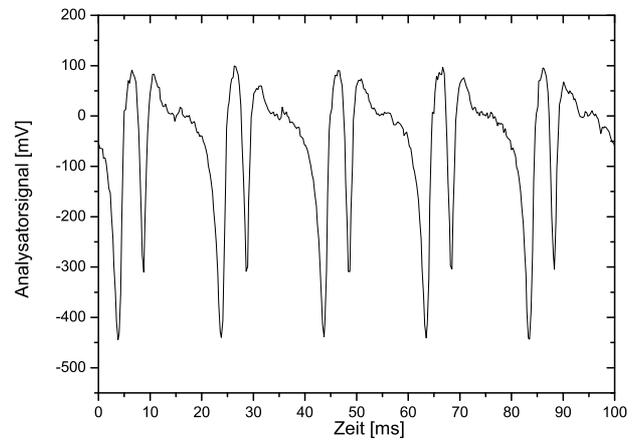


Abb. 15: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4717,05 \text{ kHz}$

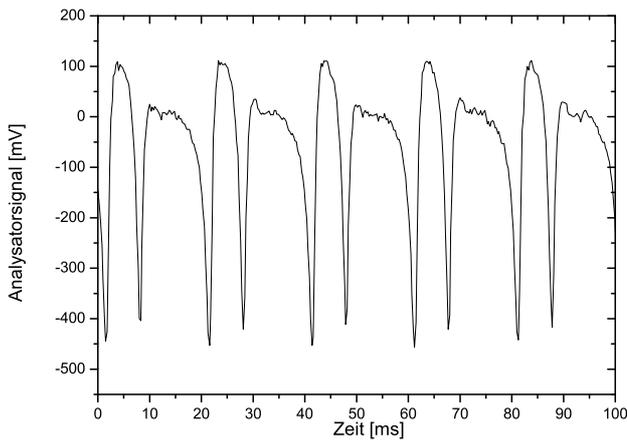


Abb. 16: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4718,41 \text{ kHz}$

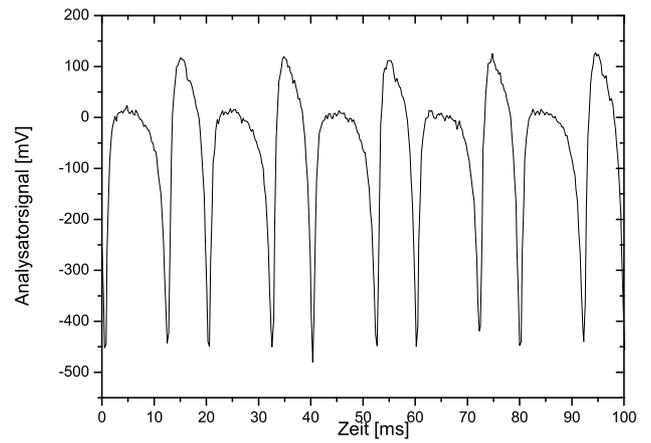


Abb. 17: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4719,51 \text{ kHz}$

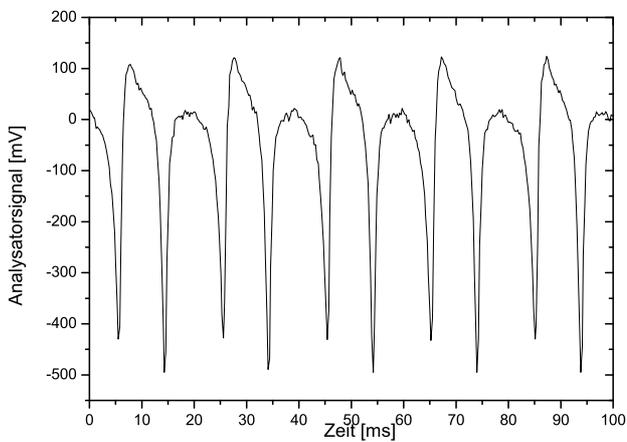


Abb. 18: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4720,44 \text{ kHz}$

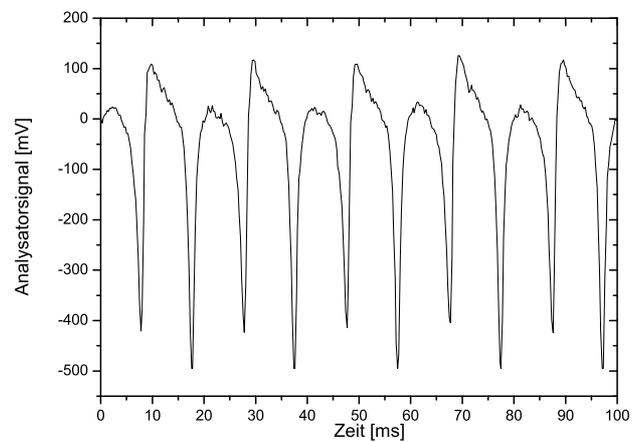


Abb. 19: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4721,48 \text{ kHz}$

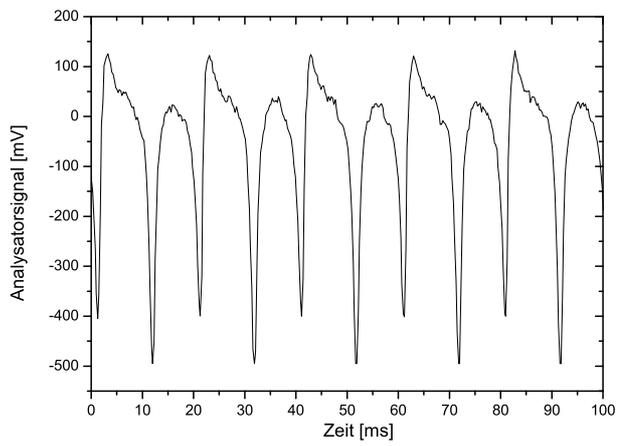


Abb. 20: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4722,35 \text{ kHz}$

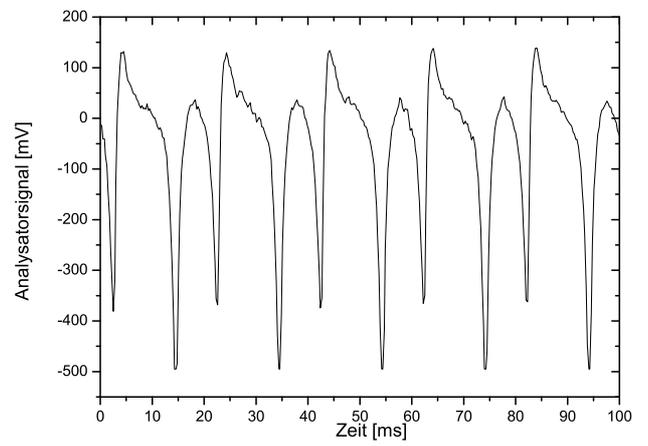


Abb. 21: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4723,60 \text{ kHz}$

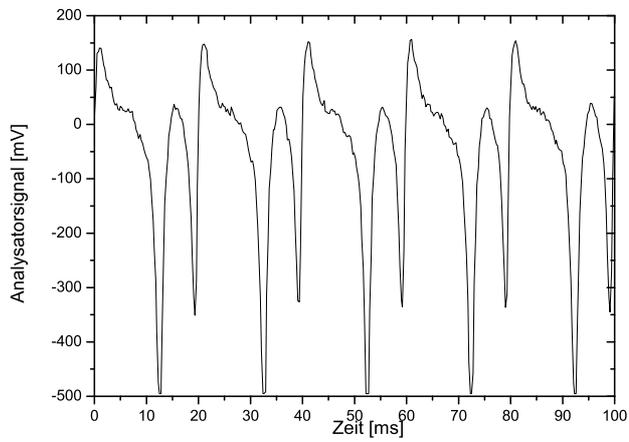


Abb. 22: Zeitlicher Verlauf des Analysatorsignals für $\nu = 4724,78 \text{ kHz}$

6.2 Abhängigkeit der Magnetisierung vom Polarisatorstrom

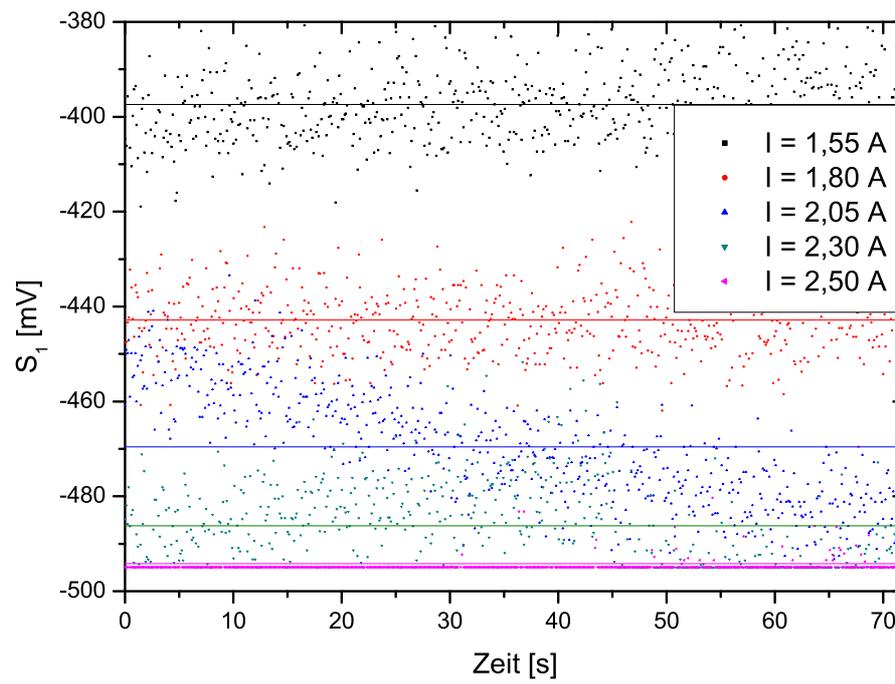


Abb. 23: Zeitlicher Verlauf von S_1 bei verschiedenen Polarisatorstromstärken I_{pol}

6.3 Spindrehung im Störfeld

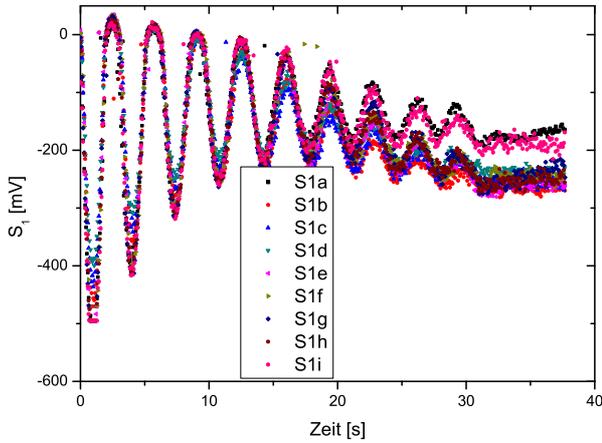


Abb. 24: Spindrehkurven $S1a$ bis $S1i$ mit gleichen Parametern. Die Kurven $S1b$ bis $S1h$ wurden gemittelt und ausgewertet.

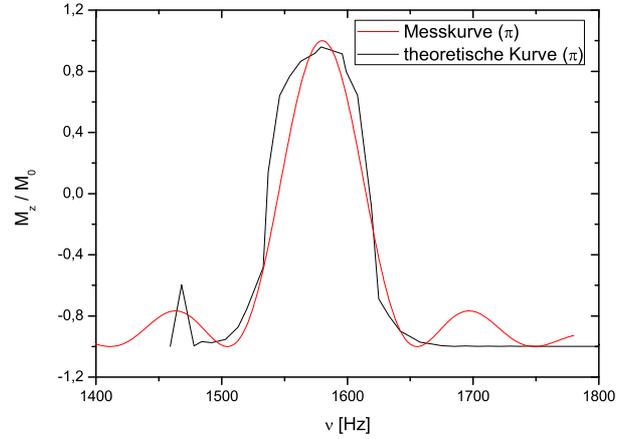


Abb. 25: Resonanzkurve für $\Phi = \pi$. Vergleich von Experiment und Theorie (ohne Gaußterm).

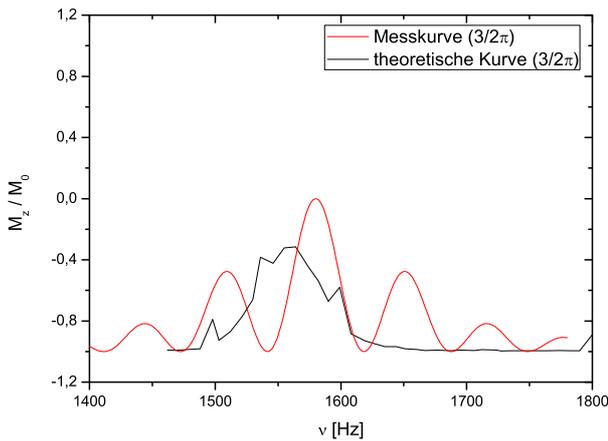


Abb. 26: Resonanzkurve für $\Phi = 3/2\pi$. Vergleich von Experiment und Theorie (ohne Gaußterm).

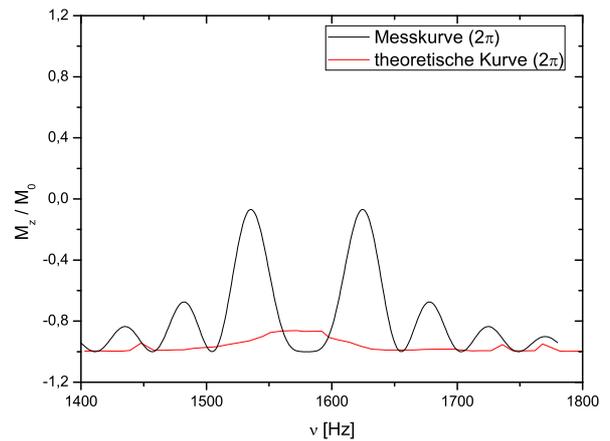


Abb. 27: Resonanzkurve für $\Phi = 2\pi$. Vergleich von Experiment und Theorie (ohne Gaußterm).

$\frac{U_{FG}}{mV}$	$S_1(1580Hz)/mV$	$\frac{U_{FG}}{mV}$	$S_1(1580Hz)/mV$
10	-377,8	60	-53,2
15	-272	65	-182,3
20	-100,9	70	-225,7
25	0,4	75	-351,9
30	20,2	80	-360,3
35	35,1	85	-329,7
40	40,9	90	-281,6
45	32,5	95	-210,1
50	22,6	100	-106
55	3,5		

Tabelle 3: Amplitude des S_1 -Peaks bei $\nu = 1580 Hz$ für die ν - S_1 -Kurven (Abb. 28 bis 46) bei verschiedenen Spannungsamplituden U_{FG} .

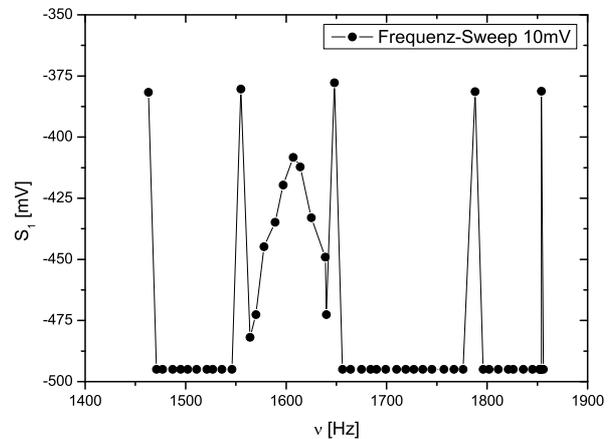


Abb. 28: Frequenzsweep für $U_{FG} = 10 mV$.

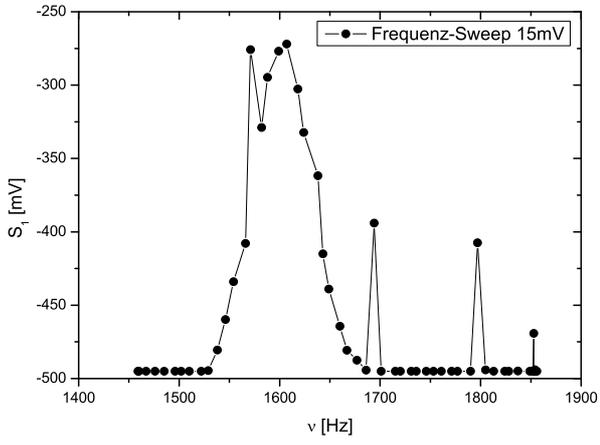


Abb. 29: Frequenzsweep für $U_{FG} = 15 \text{ mV}$.

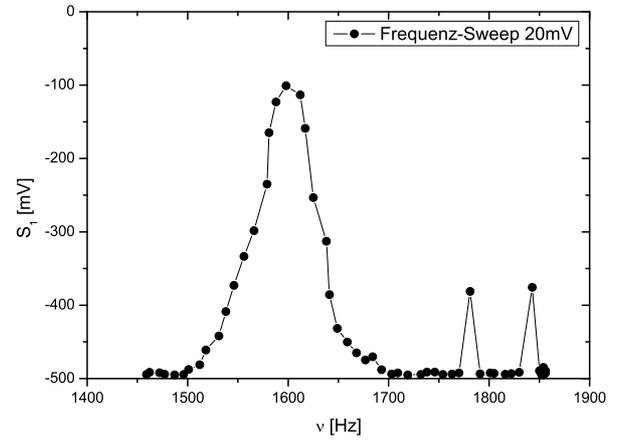


Abb. 30: Frequenzsweep für $U_{FG} = 20 \text{ mV}$.

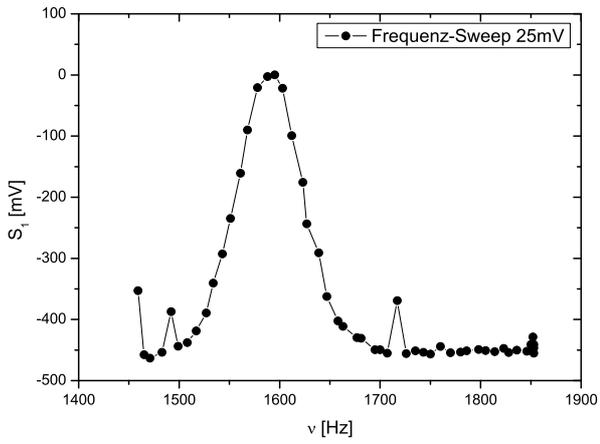


Abb. 31: Frequenzsweep für $U_{FG} = 25 \text{ mV}$.

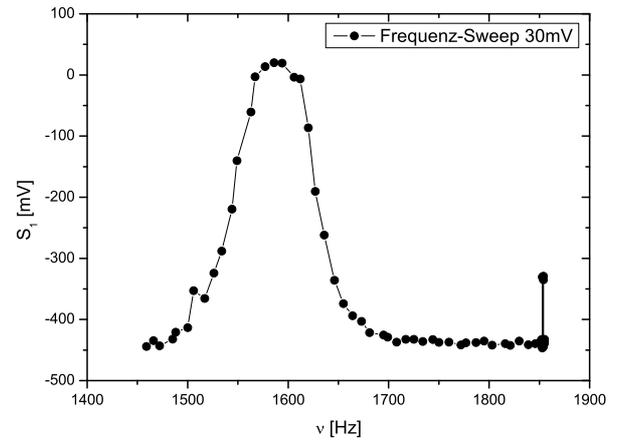


Abb. 32: Frequenzsweep für $U_{FG} = 30 \text{ mV}$.

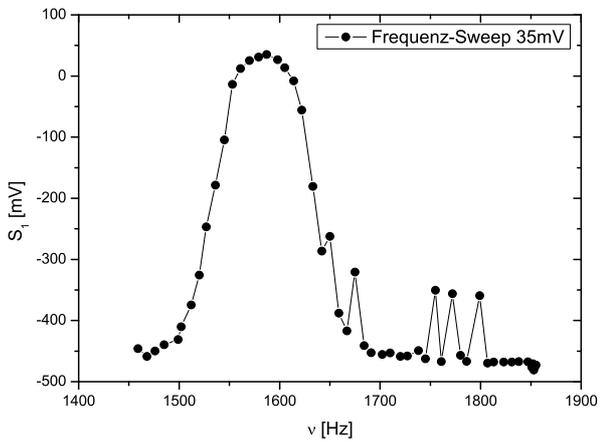


Abb. 33: Frequenzsweep für $U_{FG} = 35 \text{ mV}$.

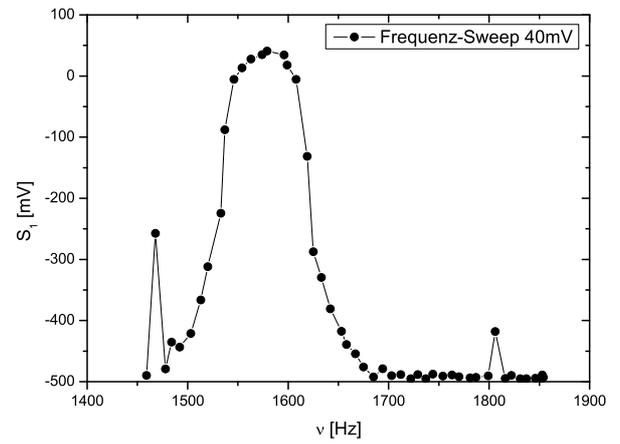


Abb. 34: Frequenzsweep für $U_{FG} = 40 \text{ mV}$.

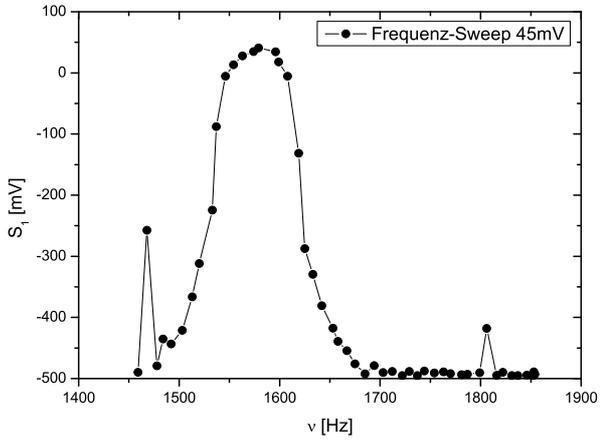


Abb. 35: Frequenzsweep für $U_{FG} = 45 \text{ mV}$.

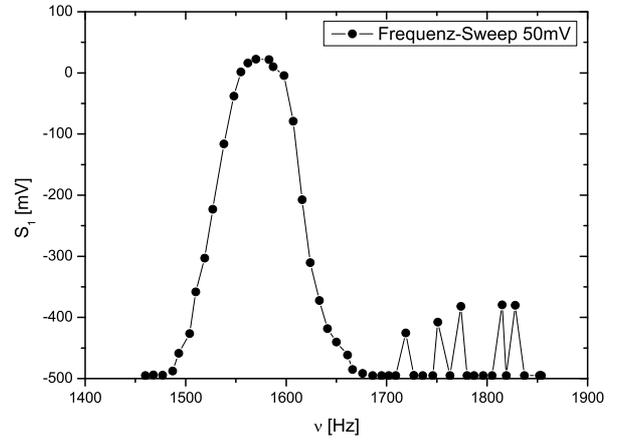


Abb. 36: Frequenzsweep für $U_{FG} = 50 \text{ mV}$.

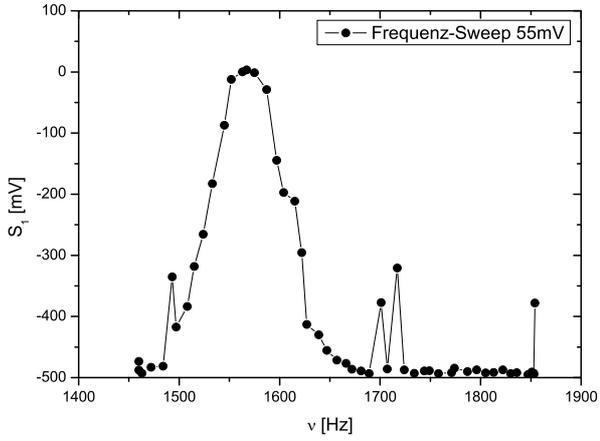


Abb. 37: Frequenzsweep für $U_{FG} = 55 \text{ mV}$.

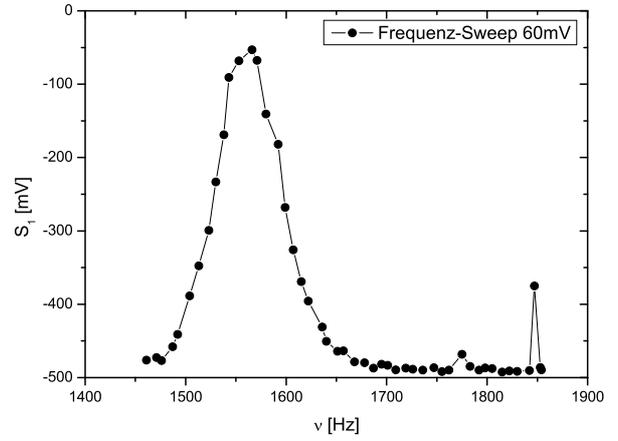


Abb. 38: Frequenzsweep für $U_{FG} = 60 \text{ mV}$.

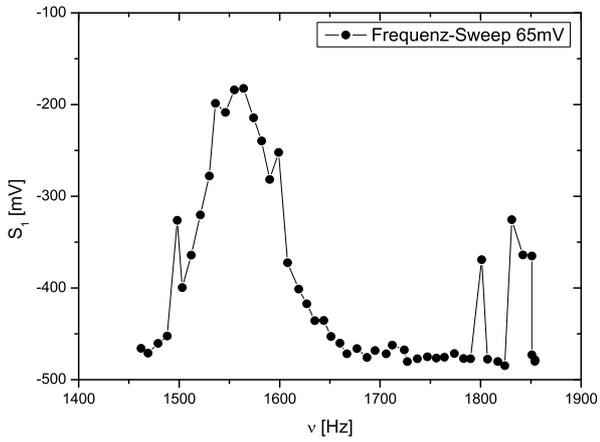


Abb. 39: Frequenzsweep für $U_{FG} = 65 \text{ mV}$.

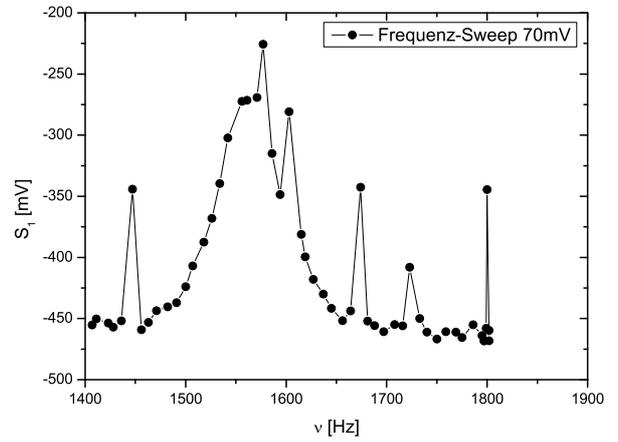


Abb. 40: Frequenzsweep für $U_{FG} = 70 \text{ mV}$.

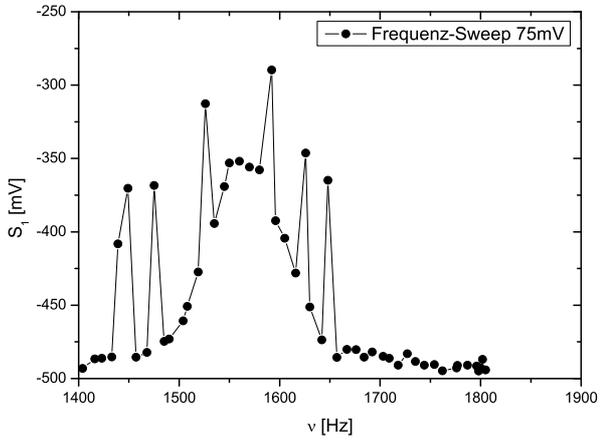


Abb. 41: Frequenzsweep für $U_{FG} = 75 \text{ mV}$.

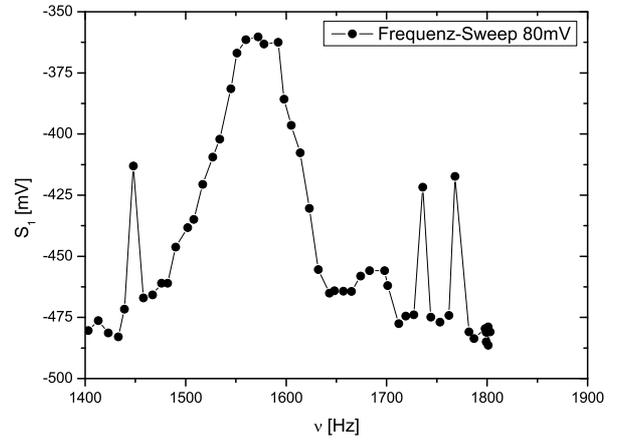


Abb. 42: Frequenzsweep für $U_{FG} = 80 \text{ mV}$.

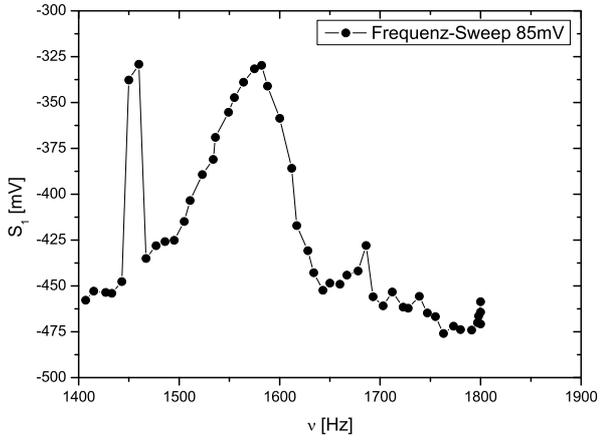


Abb. 43: Frequenzsweep für $U_{FG} = 85 \text{ mV}$.

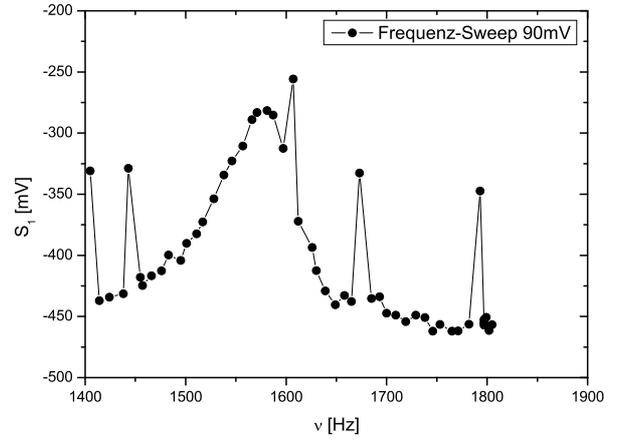


Abb. 44: Frequenzsweep für $U_{FG} = 90 \text{ mV}$.

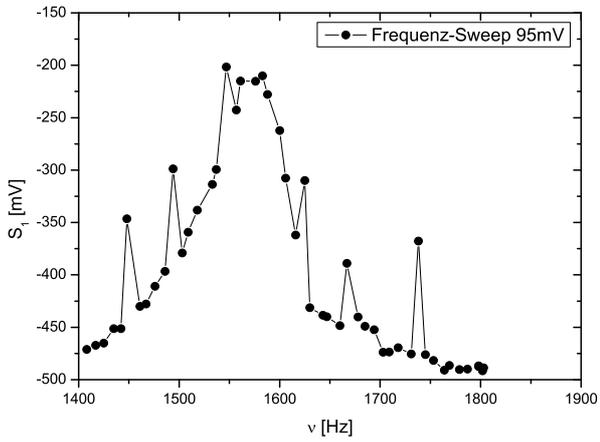


Abb. 45: Frequenzsweep für $U_{FG} = 95 \text{ mV}$.

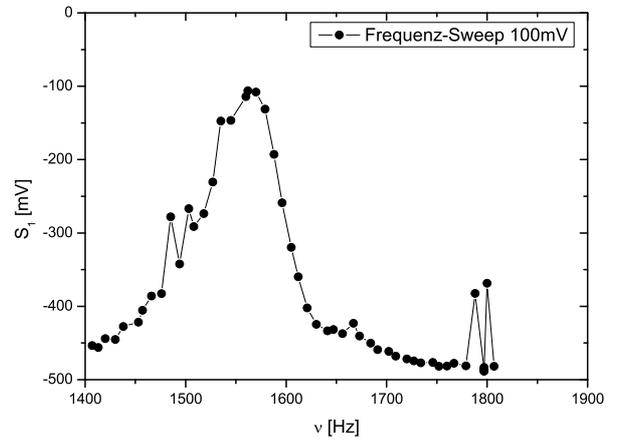


Abb. 46: Frequenzsweep für $U_{FG} = 100 \text{ mV}$.

6.4 Resonanz im Helmholtzfeld

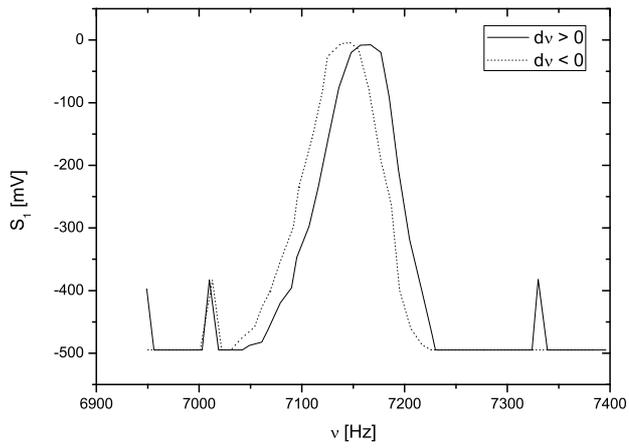


Abb. 47: Resonanzkurve für $I_{HH} = 45,0 \text{ mA}$

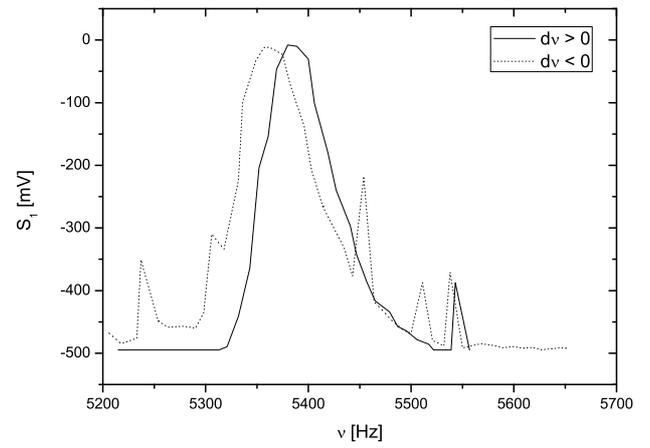


Abb. 48: Resonanzkurve für $I_{HH} = -45,0 \text{ mA}$

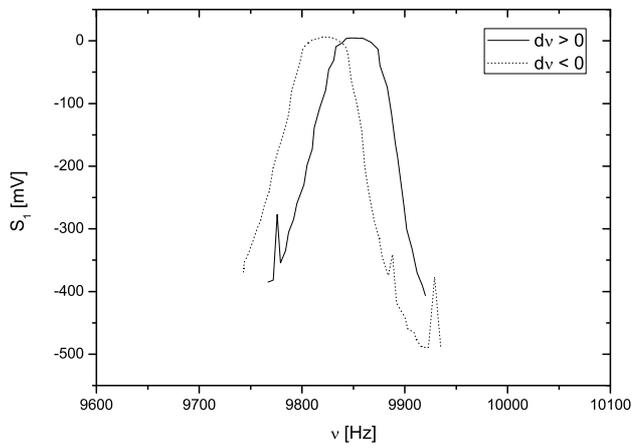


Abb. 49: Resonanzkurve für $I_{HH} = 65,0 \text{ mA}$

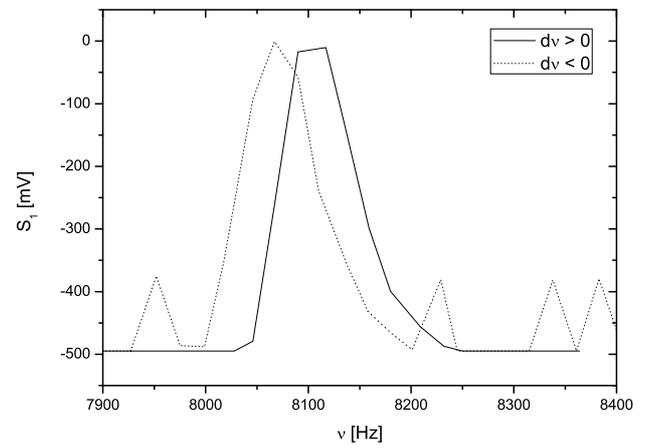


Abb. 50: Resonanzkurve für $I_{HH} = -65,0 \text{ mA}$

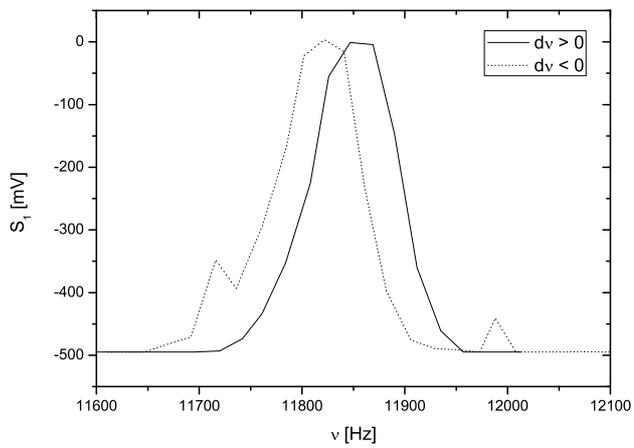


Abb. 51: Resonanzkurve für $I_{HH} = 80,0 \text{ mA}$

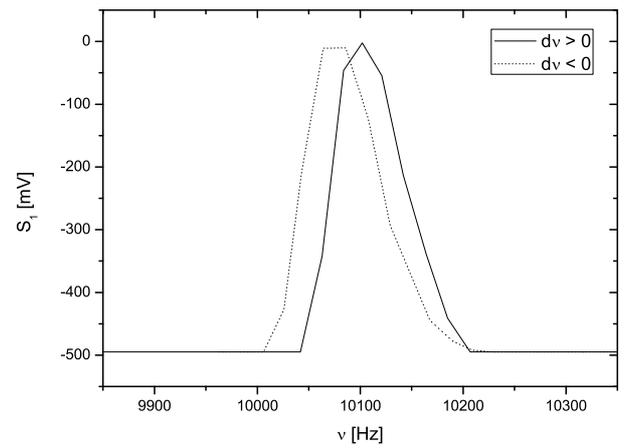


Abb. 52: Resonanzkurve für $I_{HH} = -80,0 \text{ mA}$

6.5 Relaxationszeit der Protonenspins

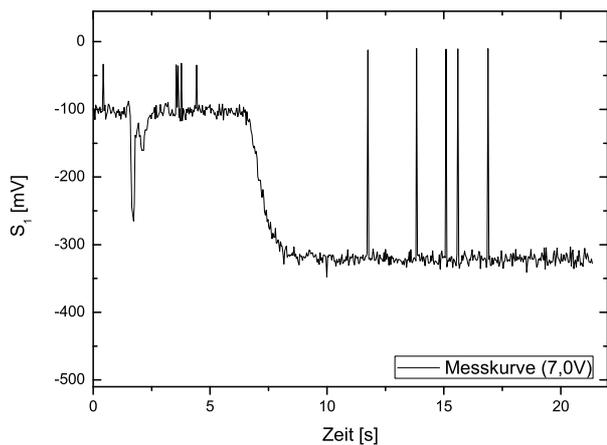


Abb. 53: Messsignal bei 7,0 V Pumpenspannung.

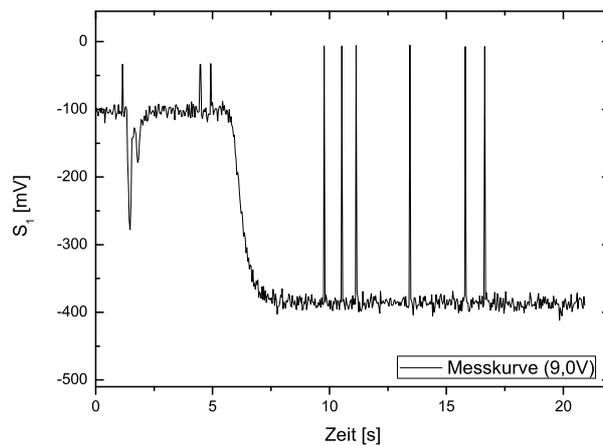


Abb. 54: Messsignal bei 8,0 V Pumpenspannung.

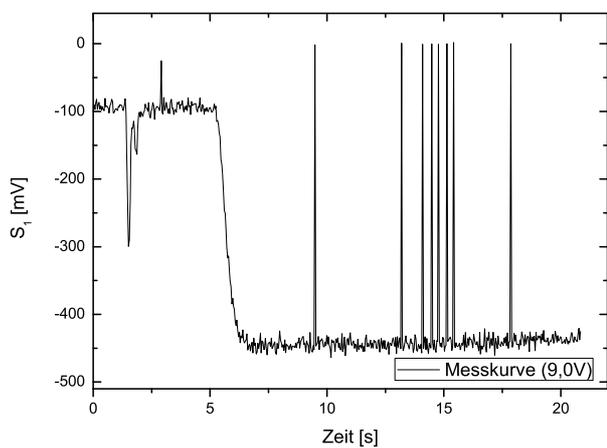


Abb. 55: Messsignal bei 9,0 V Pumpenspannung.

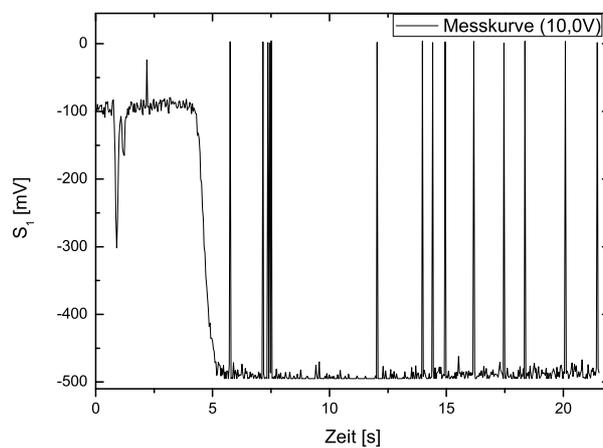


Abb. 56: Messsignal bei 10,0 V Pumpenspannung.

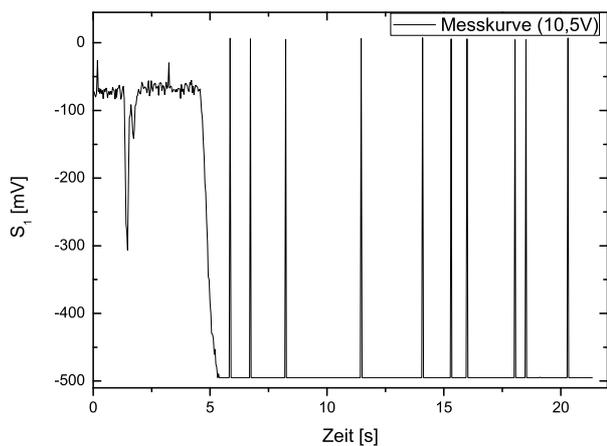


Abb. 57: Messsignal bei 10,5 V Pumpenspannung.

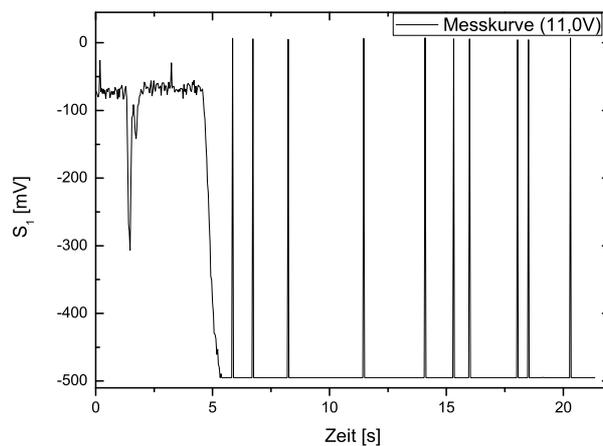


Abb. 58: Messsignal bei 11,0 V Pumpenspannung.

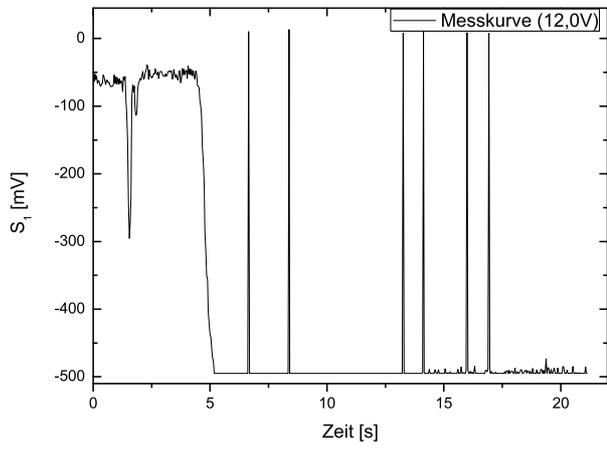


Abb. 59: Messsignal bei 12,0 V Pumpenspannung.

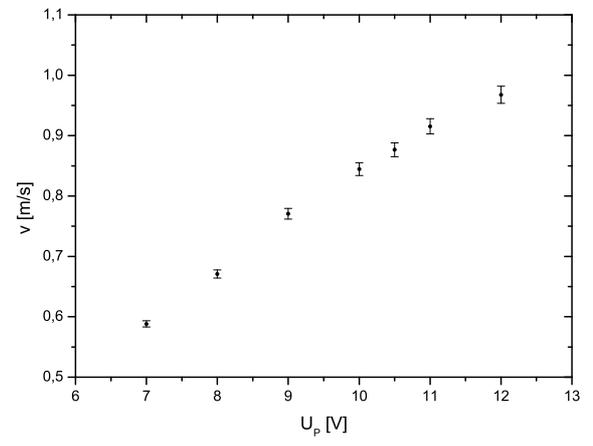


Abb. 60: Wassergeschwindigkeit in Abhängigkeit von der Pumpenspannung.