

# Supraleitung

## Ein Praktikumsversuch

Jan-Philip Gehrcke und Malte Lichtner

An einer Zinnprobe wurde der Effekt der Supraleitung untersucht. Mithilfe der Kühlung von flüssigem Helium bei niedrigem Dampfdruck konnte der Phasenübergang zwischen Normmalleitung und Supraleitung beobachtet werden. Es gelang, die Sprungtemperatur  $T_C$  der Probe in Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte am Probenort zu bestimmen. Mit höherer Präzision wurde  $T_C$  ohne angelegtes Magnetfeld bestimmt. Während des Versuchs konnte der Übergang des Heliums in den suprafluiden Zustand beobachtet werden.

Versuchsdurchführung: 31. März 2008  
Abgabe der Auswertung: 07. April 2008

## 1 Einleitung

Im Jahre 1908 gelang es dem Niederländer Heike Kamerlingh Onnes zum ersten Mal Helium zu verflüssigen und so Versuche bei Temperaturen unter  $4,2\text{ K}$  durchzuführen [1]. So beobachtete er im Jahre 1911, dass Quecksilber unterhalb von  $4,19\text{ K}$  sprunghaft seinen elektrischen Widerstand verlor und erhielt dafür 1913 den Nobelpreis für Physik. Eine quantenmechanische Erklärung dieser sogenannten Supraleitung wurde erst im Jahre 1957 von den US-amerikanischen Physikern John Bardeen, Leon N. Cooper und John R. Schrieffer (BCS-Theorie) geliefert, wofür ihnen 1972 der Nobelpreis für Physik verliehen wurde [2]. Bis heute wurde der Effekt der Supraleitung bei einigen Metallen, Halbleitern und Nichtmetallen sowie bei vielen Verbindungen beobachtet. Besonders supraleitende Magnetspulen finden in der Technik zahlreiche Anwendungen.

Dieser Versuch bietet eine einfache Möglichkeit, den Effekt der Supraleitung sowie dessen Störung durch ein äußeres Magnetfeld an einer Zinnprobe zu untersuchen. So wird die kritische Temperatur über zwei verschiedene Wege ermittelt und die Temperaturabhängigkeit des kritischen Magnetfeldes quantitativ bestimmt.

## 2 Theorie

Für Supraleiter existiert im feldfreien Raum eine kritische Temperatur  $T_C$ , bei der sie in den supraleitenden Zustand übergehen. Dann wird ihr Widerstand unmessbar klein und ein induzierter elektrischer Strom fließt ohne Verlust. Nach der BCS-Theorie sind für diese Art von verlustfreiem Ladungstransport die sogenannten Cooper-Paare verantwortlich. Durch Polarisation des Gitters gelangen jeweils zwei Elektronen zusammen in einen energetisch geringfügig günstigeren Zustand als wenn sie getrennt voneinander betrachtet werden würden. Weil Cooper-Paare Bosonen sind, befinden sich bei geringen Temperaturen alle die-

ser Paare im selben Zustand und bilden eine einzige über den gesamten Festkörper ausgedehnte Wellenfunktion aus, die nicht mehr von lokalen Störstellen beeinflusst werden kann. Daher verschwinden sämtliche Verluste.

Den beschriebenen energetisch sehr günstigen Zustand einer einzigen Gesamtwellenfunktion aufzulösen bedarf soviel Energie, wie sie unterhalb der kritischen Temperatur  $T_C$  nicht vorhanden ist.

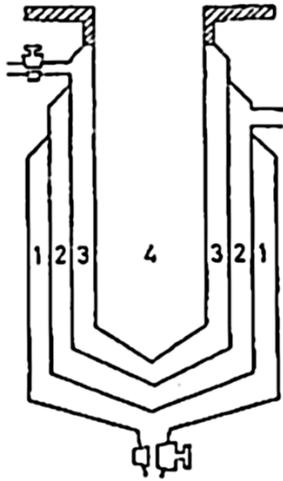
Desweiteren verdrängen Supraleiter erster Art (wie sie in diesem Versuch betrachtet werden) Magnetfelder exponentiell aus ihrem Inneren. Liegt ein solches Feld an, so verändert sich die Temperatur, ab der Supraleitung eintritt, in Abhängigkeit der Flussdichte dieses Feldes nach unten. Man definiert bei einer konstanten Temperatur  $T < T_C$  eine kritische Flussdichte  $B_C$ , bei dem die Supraleitung zusammenbricht. Durch thermodynamische Betrachtungen erhält man als Näherung 2. Ordnung für das kritische Magnetfeld in Abhängigkeit der Temperatur [3]:

$$B_C(T) = B_C(0) \left( 1 - \left( \frac{T}{T_C} \right)^2 \right) \quad (1)$$

Das für die Kühlung der supraleitenden Zinnprobe verwendete Flüssig-Helium hat bei Normaldruck ( $1013\text{ mbar}$ ) eine Siedetemperatur von  $T_S = 4,22\text{ K}$ . Unter Erniedrigung des Dampfdrucks (Abpumpen des Heliumgases über der Flüssigkeit) kann der Siedepunkt und somit die Temperatur des flüssigen Heliums herabgesetzt werden. Bei der Temperatur  $T_\lambda = 2,1768\text{ K}$  wird das Helium suprafluid. Seine Wärmeleitfähigkeit ist dann unendlich groß. Somit siedet es nur noch an der Oberfläche, was zur Folge hat, dass die Bläschenbildung in der Flüssigkeit aussetzt, was gut zu beobachten ist.

## 3 Versuchsaufbau

Zentrales Element des Versuchsaufbaus ist ein durchsichtiger Kryostat aus Glas. Er besteht aus vier Schichten (sie-



**Abb. 1:** Kryostat mit vier Schichten (1: Vakuum; 2: flüssiger Stickstoff; 3: Vakuum; 4: Probenkühlkammer mit flüssigem Helium). Abbildung aus [3].

he Abb. 1). Die äußerste ist ein Vakuum zur Wärmeisolation, was auf etwa  $10^{-5} \text{ mbar}$  gepumpt wird. Es folgt eine Schicht, die immer wieder mit Flüssigstickstoff aufgefüllt wird, sodass hier ein Kühlschild der Siedetemperatur von Stickstoff (74 K) entsteht. Es dient überwiegend der Absorption von Wärmestrahlung. Weiter nach innen folgt wieder eine Vakuumschicht und danach die Kühlkammer für die supraleitende Zinnprobe. Diese innerste Kammer wird zu Beginn des Versuchs einmalig mit flüssigem Helium gefüllt. Der Heliumdampf über der Flüssigkeit kann fein justierbar unterschiedlich stark abgepumpt werden, um den für die Zinn-Supraleitung notwendigen Temperaturbereich zu erreichen ( $< 4 \text{ K}$ ). Mit mehreren Barometern, die in verschiedenen Bereichen mehr oder weniger präzise sind, kann der Dampfdruck abgelesen werden.

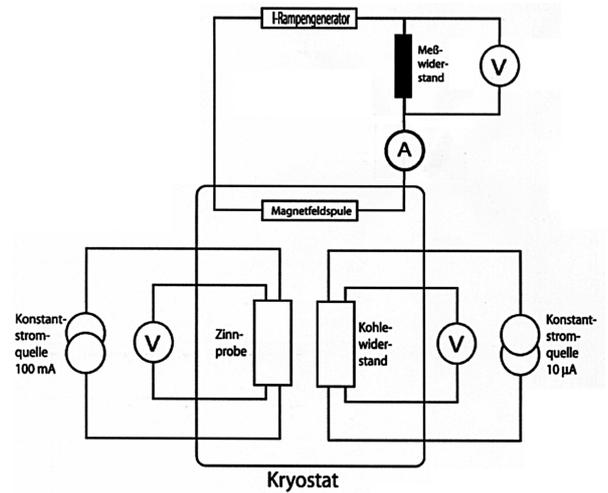
Die Probe befindet sich in der Mitte einer zylinderförmigen Spule. Somit ist am Probenort ein Magnetfeld berechenbarer Flussdichte erzeugbar. Die Umrechnung zwischen Spulenstromstärke  $I$  und magnetischer Flussdichte  $B$  erfolgt mit der Näherungsformel [3]

$$B = \mu_0 \frac{2\pi n I}{10(r_a - r_i)} \ln \left( \frac{r_a + \sqrt{r_a^2 + l^2}}{r_i + \sqrt{r_a^2 + l^2}} \right) \quad (2)$$

$$= I \cdot 0,03945 \frac{T}{A}$$

mit der Permeabilitätskonstante  $\mu_0$ , der Windungszahl  $n = 4865$ , der Stromstärke  $I$ , dem inneren und äußeren Spulenradius  $r_i = 1,15 \text{ cm}$  und  $r_a = 2,155$  sowie der Spulenlänge  $2l = 15,60 \text{ cm}$ . Der Strom  $I$  wird über den Spannungsabfall an einem  $1 \Omega$ -Shunt-Widerstand bestimmt. Zur temperaturabhängigen Bestimmung des kritischen Magnetfeldes  $B_C$  ist es von Vorteil, die magnetische Flussdichte innerhalb eines größeren Intervalls automatisch und regelmäßig zu variieren. Für den Spulenstrom steht somit ein Dreiecksgenerator bereit.

Nahe der Probe befindet sich ein Kohlewiderstand. Sein elektrischer Widerstand ist stark temperaturabhängig. Nachdem er geeicht wurde, soll über die an ihm abfallende Spannung die aktuelle Temperatur der Probe ermittelt



**Abb. 2:** Schematischer Versuchsaufbau. Wesentlich sind die drei Spannungen  $U_K$  (über dem Kohlewiderstand, zur Temperaturmessung),  $U_M$  (über dem Shuntwiderstand, zur Magnetfeldmessung) und  $U_P$  (über der Zinnprobe). Abbildung aus [3].

werden. Konstantstromnetzgeräte liefern sowohl für die Probe ( $100 \text{ mA}$ ) als auch für den Kohlewiderstand ( $10,2 \mu\text{A}$ ) eine konstante Stromversorgung. Über drei hochpräzise Voltmeter werden die Spannungen  $U_K$  (über dem Kohlewiderstand, zur Temperaturmessung),  $U_M$  (über dem Shuntwiderstand, zur Magnetfeldmessung) und  $U_P$  (über der Zinnprobe) ständig gemessen. Letztere Spannung dient der Identifikation des supraleitenden Zustands. Die drei Voltmeter sind über ein Interface an einen PC angeschlossen, mit dessen Hilfe die Spannungen nun im  $1 \text{ s}$ -Intervall aufgenommen und gespeichert werden können.

Die wesentlichen Elemente des Versuchsaufbaus sind in Abb. 2 schematisch dargestellt.

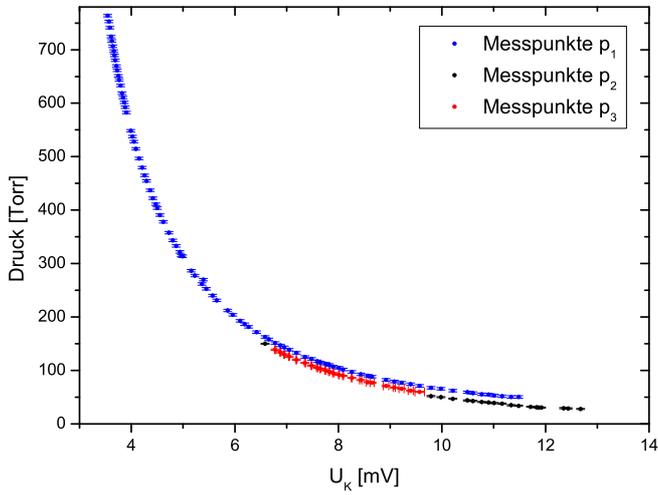
## 4 Versuchsdurchführung und Auswertung

### 4.1 Eichung des Kohlewiderstands

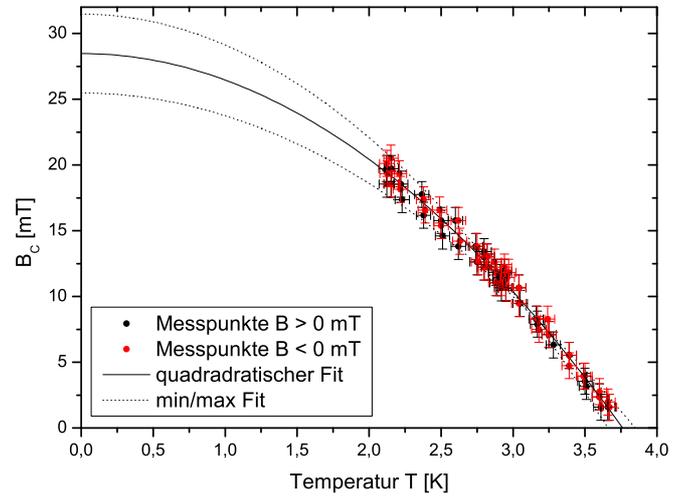
Der erste Teil des Versuchs dient der Eichung des Kohlewiderstandes. Ziel ist eine für die nächsten Versuchsteile gültige  $T(U_K)$ -Eichkurve.

Nachdem das flüssige Helium in die innerste Kammer des Kryostaten gefüllt wurde, herrschte dort zuerst Normaldruck, für den die Siedetemperatur des Heliums bekannt ist. Wir konnten hier das Wertepaar ( $U_K = 3546 \mu\text{V}$ ;  $T_S = 4,22 \text{ K}$ ) notieren.

Daraufhin wurde der Dampfdruck  $p$  durch Abpumpen des Heliumgases langsam erniedrigt. Mithilfe der in der Versuchsbeschreibung genannten drei Barometer wurden während dieses Abkühlens  $p-U_K$ -Datenpunkte aufgenommen. Es war uns möglich den Übergang des Heliums in den suprafluiden Zustand zu beobachten. Zusammen mit dem entsprechenden Spannungswert erhielten wir hier das Wertepaar ( $U_K = 11780 \mu\text{V}$ ;  $T_\lambda = 2,1768 \text{ K}$ ). Eines der drei Druckmessgeräte, das digitale, verwendeten wir im großen



**Abb. 3:** Mit drei verschiedenen Barometern ( $p_1$ : digital;  $p_2$ : analog, logarithmisch;  $p_3$ : analog) aufgenommener Dampfdruck des Heliums bei der zugehörigen temperaturabhängigen Spannung über dem Kohlewiderstand  $U_K$ . Die Siedetemperatur des Heliums und somit die Proben-temperatur hängt vom Dampfdruck ab.



**Abb. 4:** Abhängigkeit des kritischen Magnetfeldes  $B_C$  von der Temperatur. Aus den Parametern des quadratischen Fits entsprechend (1) werden  $B_C(0)$  sowie  $T_C$  bestimmt.

Intervall von Normaldruck ( $\approx 750 \text{ Torr}$ ) bis knapp unter  $100 \text{ Torr}$ . Den hier abgelesenen Druck nennen wir  $p_1$ . Die anderen beiden (analog) konnten wir ab etwa  $150 \text{ Torr}$  sinnvoll einsetzen. Das eine analoge Messgerät (logarithmischen Skala; Ablesewerte genannt  $p_2$ ) lieferte ab etwa  $50 \text{ Torr}$  die genaueren Werte. Im Bereich von  $150 \text{ Torr}$  bis  $50 \text{ Torr}$  konnte man am anderen analogen Barometer (Druck genannt  $p_3$ ) die Werte am besten ablesen. Die Messdaten von den drei Barometern in sich überschneidenden Intervallen sind in Abb. 3 (inkl. Fehlerbalken aus Ablesefehlern) dargestellt.

Deutlich sichtbar ist der Unterschied der Messwerte zwischen dem digitalen Barometer und den analogen Messgeräten für kleine Drücke unterhalb von  $200 \text{ Torr}$ . Zwischen den beiden analogen Messgeräten ist ebenfalls ein kleiner Sprung zu beobachten.

Nun sollte ein funktionaler Zusammenhang zwischen den Größen  $p$  und  $U_K$  über den gesamten betrachteten Druckbereich hergestellt werden. Da  $p_2$  bei kleinen Drücken die höchste Genauigkeit zugeordnet wurde, korrigierten wir die Werte von  $p_1$  mit einem sehr kleinen nichtlinearen Faktor in  $U_K$  so, dass die Verläufe glatt ineinander übergingen. Das Resultat passten wir mit einem Exponentialfit an (siehe Abb. 6 im Anhang), sodass wir eine Funktion  $p(U_K)$  erhielten.

Nun wurden die Daten einer Dampfdrucktabelle für Helium geplottet und mit einem Potenzfit versehen (siehe Abb. 7 im Anhang). Auf diese Weise erhielten wir die Temperaturfunktion  $T(p)$  für flüssiges Helium in Abhängigkeit des Dampfdrucks  $p$ .

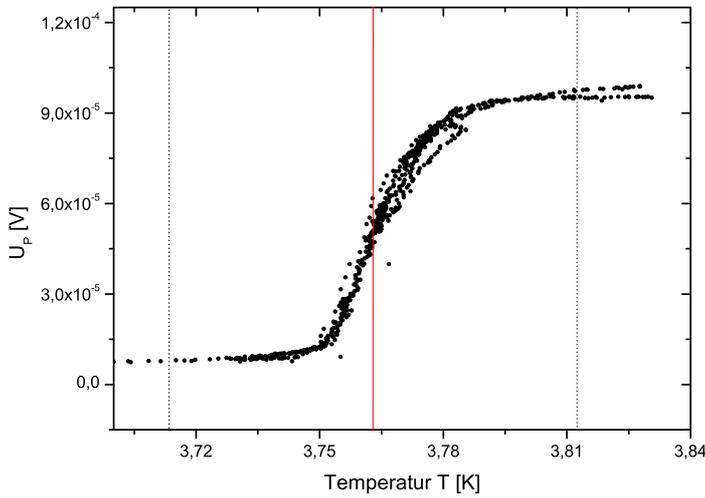
Die beiden funktionalen Zusammenhänge konnten wir nun zu der gewünschten Eichkurve  $T(U_K) = T(p(U_K))$  verbinden. Diese korrigierten wir geringfügig mit einem linearen Faktor und einem Offset, sodass die beiden aufgenommenen charakteristischen Wertepaare (Siedetemperatur bei Normaldruck; suprafluider Punkt) genau auf die Kurve fallen. Die somit erhaltene Eichkurve verwendeten

wir für die nächsten Teile der Auswertung.

## 4.2 Bestimmung des kritischen Magnetfeldes

Zur Untersuchung des kritischen Magnetfeldes wurde die Probe langsam von  $2,12 \text{ K}$  auf  $3,81 \text{ K}$  erwärmt und dabei das Magnetfeld kontinuierlich mit dem Dreiecksgenerator um die kritische Schwelle herum variiert. Mit Hilfe des PC wurden die Probenspannung  $U_P(t)$ , die Spannung am Magneten  $U_M(t)$  sowie die Spannung am Kohlewiderstand  $U_K(t)$  aufgezeichnet.

Zur Bestimmung des kritischen Magnetfeldes  $B_C(T)$  muss den Sprüngen in  $U_P(t)$  (leitend  $\leftrightarrow$  supraleitend) ein Wertepaar aus  $U_M$  und  $T$  zugeordnet werden. Mit der Eichkurve wurde aus  $U_K(t)$  der Temperaturverlauf  $T(t)$  rekonstruiert (siehe Anhang Abb. 10), wobei auffiel, dass  $U_K(t)$  kleine Schwingungen im  $0,1 \text{ mV}$ -Bereich mit der Frequenz der Dreiecksspannung  $U_M$  zeigt. Die Ursache für die Störung konnte nicht geklärt werden. Für einen induktiven Effekt war die Frequenz der Dreiecksspannung zu gering und für den Magnetowiderstand war der Effekt zu groß. Durch die Störung ist eine direkte Auftragung von  $U_P$  und  $U_M$  über  $T$  nicht sinnvoll (siehe Anhang Abb. 8). Eine Unterdrückung der Störfrequenz in  $U_K(t)$  mithilfe eines FFT-Bandpassfilters verbessert zwar die Auftragung, lässt aber trotzdem eine sinnvolle Auswertung nicht zu (siehe Anhang Abb. 9). Deshalb wurden im  $U_P(t)$  bzw.  $U_M(t)$ -Diagramm Wertepaare von  $U_M$  und  $t$  an den Sprungstellen abgelesen. Zur Identifikation der Sprungstellen wurde  $U_P(t)$  dabei umskaliert. Für jeden Temperaturbereich wurden jeweils vier Messpunkte ( $B > 0$ ,  $B < 0$  sowie steigende und fallende Flanke) genommen (siehe Anhang Abb. 11). Mithilfe des  $T(t)$ -Diagramms wurden anschließend die entsprechenden Temperaturen  $T$  bestimmt (die Störung wird erst durch den Fit von  $B_C(T)$  korrigiert).  $U_M(T)$  wurde mit (2) in  $B(T)$  umgerechnet. Abb. 4 zeigt die kritische Magnetfeldstärke  $B_C(T)$ . Die Fehler entstammen einer Abschätzung, die den Eichfehler (siehe Abschnitt 4.3 sowie mehrere Ablesefehler berücksichtigt.



**Abb. 5:** Spannungsabfall über der Zinnprobe in Abhängigkeit der Temperatur. Der Phasenübergang zwischen supraleitend und normalleitend ist deutlich zu erkennen und wurde dreimal überfahren. Die Sprungtemperatur wird zu etwa  $3,76\text{ K}$  abgelesen (rote Linie). Der Fehler der  $T(U_K)$ -Eichung gibt die gestrichelten Linien bei  $\pm 0,05\text{ K}$  vor.

Die Kurve wurde mit (1) gefittet und daraus  $B_C(0)$  und  $T_C$  bestimmt. Die Fehler wurden graphisch abgeschätzt, indem Min-/Max-Parabeln durch Variation der Parabelkoeffizienten gefunden wurden.

$$B_C(0) = (28,5 \pm 3,0)\text{ mT} \quad T_C = (3,76 \pm 0,45)\text{ K}$$

Beide Werte liegen im Rahmen des Fehlers bei ihren Literaturwerten  $B_{C_{lit}}(0) = 30,6\text{ mT}$  [3] und  $T_{C_{lit}} = 3,72\text{ K}$  [4]. Die Abweichung der kritischen Temperatur ist im Rahmen der Fehlerabschätzung erstaunlich gering, was darauf hindeuten kann, dass einige systematische Fehler durch die Ablesemethode (vier Punkte pro Temperaturbereich; siehe oben) korrigiert werden konnten.

### 4.3 Bestimmung der kritischen Temperatur

Die Temperatur des Heliums war nach dem vorigen Versuchsteil wieder auf Höhe der Sprungtemperatur angelangt. Nun konnten wir bei abgeschaltetem Magnetfeld durch feine Regelung der Pumpleistung mehrfach den Phasenübergang zwischen normalleitend und supraleitend durchfahren, um die kritische Temperatur  $T_C$  möglichst exakt zu bestimmen. Dafür zeichneten wir während der Variation der Pumpleistung sowohl  $U_K$  als auch  $U_P$  über der Zeit auf. Mithilfe der Eichkurve  $T(U_K)$  konnten wir dann eine  $U_P(T)$ -Auftragung anfertigen, anhand derer der Sprung des elektrischen Widerstandes in Abhängigkeit der Temperatur deutlich zu erkennen ist (siehe Abb. 5). Der Graph enthält Daten von dreifachem Überstreichen der Phasengrenze. Erste Beobachtung ist, dass der Phasensprung immer bei praktisch derselben Temperatur auftrat. Diese ist zu etwa  $3,76\text{ K}$  ablesbar. Einen Ablesefehler abzuschätzen macht in diesem Fall keinen Sinn, da es einen sicherlich viel größeren Fehler bei der Auswertung gibt: den der  $T(U_K)$ -Eichung. Durch Vergleich mit dem Literaturwert für die Sprungtemperatur des Zinns  $T_{C_{lit}} = 3,72\text{ K}$  [4] können wir

sämtliche Fehler der Messung (bei der die Eichkurve wohl den größten Fehlbetrag liefert) auf die Größenordnung  $\pm 0,05\text{ K}$  abschätzen. Wir erhalten für die gemessene Sprungtemperatur:

$$T_C = (3,76 \pm 0,05)\text{ K} \quad (3)$$

## 5 Zusammenfassung

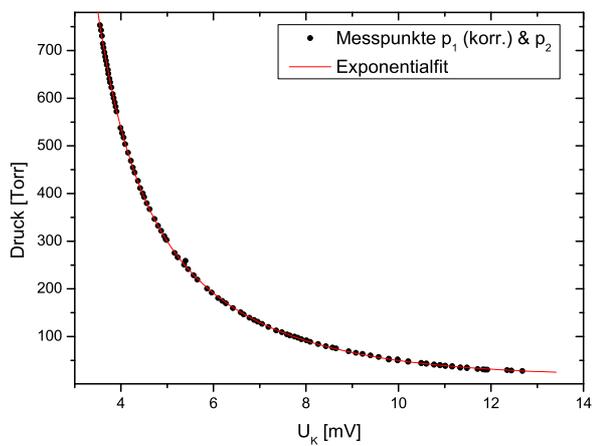
Während dieses Versuchs konnte sowohl der Phasenübergang von Zinn zur Supraleitung als auch der Phasenübergang von Helium zur Suprafluidität beobachtet werden. Die Bestimmung der Sprungtemperatur von Zinn (sowohl ohne Magnetfeld als auch in Abhängigkeit der Flussdichte) hing stark von der Qualität der Eichung des Kohlewiderstands zur Temperaturbestimmung ab. Trotz dieser großen Fehlerquelle gelang die Messung der Quantitäten zufriedenstellend.

## Literatur

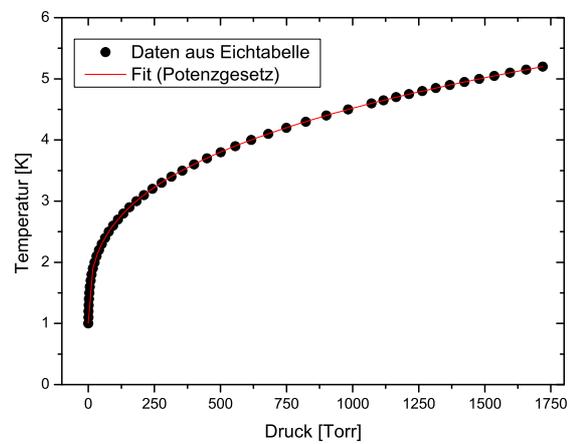
- [1] [http://de.wikipedia.org/wiki/Heike\\_Kamerlingh\\_Onnes](http://de.wikipedia.org/wiki/Heike_Kamerlingh_Onnes)
- [2] <http://de.wikipedia.org/wiki/Supraleiter>
- [3] Betz, Hermann Rudolf: Planung und Aufbau eines Praktikumsversuchs zur Messung der kritischen Temperatur und des kritischen Magnetfeldes von Zinn beim Übergang in densupraleitenden Zustand.
- [4] <http://de.wikipedia.org/wiki/Sprungtemperatur>

## 6 Anhang

### 6.1 Eichung des Kohlewiderstands

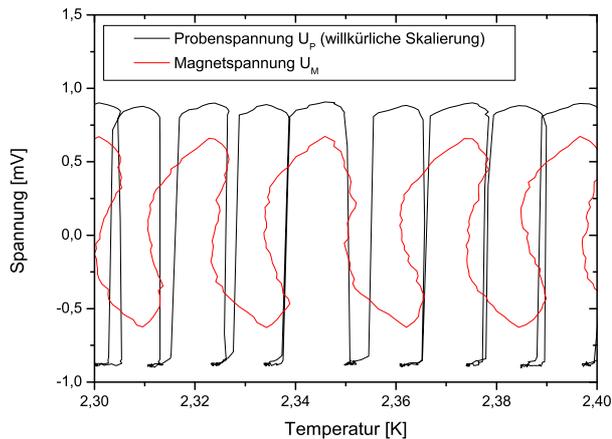


**Abb. 6:** Die geringfügig korrigierten Messdaten des digitalen Barometers ( $p_1$ ) fallen sehr gut mit denen des logarithmischen analogen ( $p_2$ ) zu einem exponentiellen Abfall zusammen. Es ergibt sich der funktionelle Zusammenhang  $p(U_K)$ .

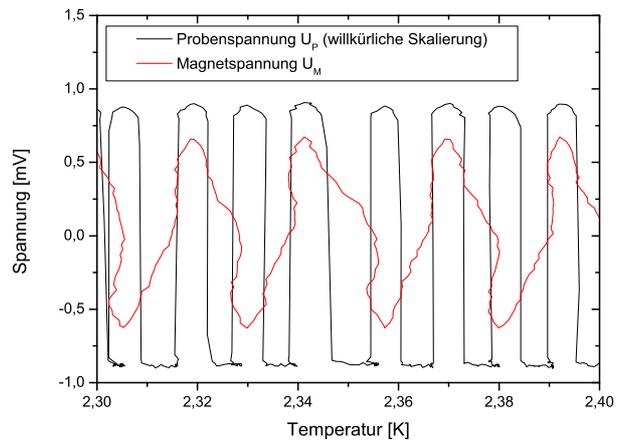


**Abb. 7:** Aufgetragen wurden die Punkte einer Dampfdruck-Eichtabelle für Helium. Sie wurden mit einem Potenzfit angepasst. Es ergibt sich der funktionelle Zusammenhang  $T(p)$ .

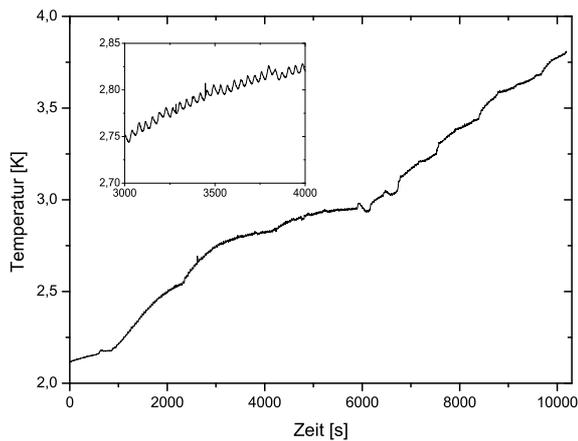
## 6.2 Bestimmung des kritischen Magnetfeldes



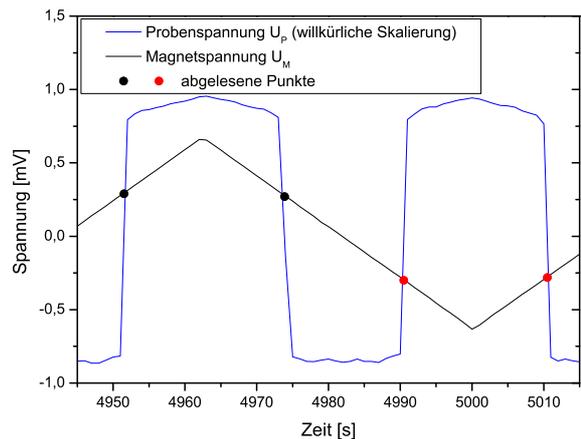
**Abb. 8:** Aufgrund der periodischen Störung der gemessenen Kohlewiderstandsspannung  $U_K(t)$  und der daraus resultierenden Verfälschung des Temperaturverlaufs  $T(t)$ , kommt es in der Auftragung  $U_P(T)$  bzw.  $U_M(T)$  zu starken Verzerrungen.



**Abb. 9:** Auch nach der Unterdrückung der Störfrequenz in  $U_K(t)$  mit einem FFT-Bandpassfilter ist die Auftragung  $U_P(T)$  bzw.  $U_M(T)$  aufgrund der Verfälschung von  $T(t)$  noch verzerrt.



**Abb. 10:** Zeitlicher Verlauf der Temperatur während des Versuches (aus Eichung über  $U_K(t)$ ). Es treten periodische Störungen mit der Frequenz der Magnetfeldspannung  $U_M(t)$  auf.



**Abb. 11:** Probenspannung  $U_P(t)$  und Magnetspannung  $U_M(t)$ . Zur Identifikation der Sprungstellen (leitend  $\leftrightarrow$  supraleitend) wurde  $U_P(t)$  umskaliert. Für jeden Temperaturbereich wurden jeweils vier Messpunkte ( $B > 0$ ,  $B < 0$  sowie steigende und fallende Flanke) aufgenommen.