Realisierung eines Quantencomputers mit Ionen

Fabian Bach, Jan-Philip Gehrcke, Malte Lichtner

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

8. Mai 2008

Übersicht

Übersicht

1. Teil I - Grundlagen
   - Motivation Quantencomputer
   - Logische Operationen
   - Anforderungen bei experimenteller Realisierung
   - Die Idee von Cirac und Zoller
   - grundlegende Komponenten
2. Teil II - Operationen auf dem System
   - Manipulation des Systems
   - Mathematische Beschreibung
   - CNOT-Gatter
3. Teil III - Experimente
   - Realisierung des cNOT-Gatters
   - Untersuchung von verschränkten Zuständen
   - Ausblick (Ionenfalle im Mikrochip)

Übersicht

1. Teil I - Grundlagen
   - Motivation Quantencomputer
   - Logische Operationen
   - Anforderungen bei experimenteller Realisierung
   - Die Idee von CIRAC und ZOLLER
   - grundlegende Komponenten
2. Teil II - Operationen auf dem System
   - Manipulation des Systems
   - Mathematische Beschreibung
   - CNOT-Gatter
3. Teil III - Experimente
   - Realisierung des cNOT-Gatters
   - Untersuchung von verschränkten Zuständen
   - Ausblick (Ionenfalle im Mikrochip)

Übersicht

Warum Quantencomputer?

Durch Superposition und Verschränkung von quantenmechanischen Zuständen können einige Probleme in der Informatik wesentlich effizienter gelöst werden, als mit klassischen Computern.

Warum ist das so?

Warum Quantencomputer?

Durch Superposition und Verschränkung von quantenmechanischen Zuständen können einige Probleme in der Informatik wesentlich effizienter gelöst werden, als mit klassischen Computern.

Warum ist das so?

Das Qubit

Was ist ein Qubit?

- quantenmechanisches Zwei-Niveau-System
- Dirac-Notation $|0\rangle$ und $|1\rangle$

Zustand Ψ_{QB} des Qubits ist normierte Superposition mit komplexen Koeffizienten:

$$\Psi_{QB} = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$

Das Qubit

Was ist ein Qubit?

- quantenmechanisches Zwei-Niveau-System
- Dirac-Notation $|0\rangle$ und $|1\rangle$

Zustand Ψ_{QB} des Qubits ist normierte Superposition mit komplexen Koeffizienten:

$$\Psi_{QB} = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$

Das Qubit

Was ist ein Qubit?

- quantenmechanisches Zwei-Niveau-System
- Dirac-Notation $|0\rangle$ und $|1\rangle$

Zustand Ψ_{QB} des Qubits ist normierte Superposition mit komplexen Koeffizienten:

$$\Psi_{QB} = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$

Das Qubit

Was ist ein Qubit?

- quantenmechanisches Zwei-Niveau-System
- Dirac-Notation $|0\rangle$ und $|1\rangle$

Zustand Ψ_{QB} des Qubits ist normierte Superposition mit komplexen Koeffizienten:

$$\Psi_{QB} = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$

Das Qubit

Was ist ein Qubit?

- quantenmechanisches Zwei-Niveau-System
- Dirac-Notation $|0\rangle$ und $|1\rangle$

Zustand Ψ_{QB} des Qubits ist normierte Superposition mit komplexen Koeffizienten:

$$\Psi_{QB} = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$

Quantenregister

Basis des Zustandsraums eines Quantenregisters aus zwei Qubits

- Produktbasis aus den einzelnen Qubit-Basen bilden:
  $|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle, \ldots, |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle$
- Es ergibt sich also als Zustandsraumbasis $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$

Es gilt analog zum Q-Bit:

Der Zustand des Quantenregisters ist wiederum eine Superposition dieser Basiszustände mit komplexen Koeffizienten.

Daraus folgt:

Der Zustand Ψ_{QR} eines N-Qubit-Quantenregisters entstammt einem 2^N-dimensionalen komplexwertigen Zustandsraum.

Quantenregister

Basis des Zustandsraums eines Quantenregisters aus zwei Qubits

- Produktbasis aus den einzelnen Qubit-Basen bilden:
  $|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle, \dots, |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle$
- Es ergibt sich also als Zustandsraumbasis $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$

Es gilt analog zum Q-Bit:

Der Zustand des Quantenregisters ist wiederum eine Superposition dieser Basiszustände mit komplexen Koeffizienten.

Daraus folgt:

Der Zustand Ψ_{QR} eines N-Qubit-Quantenregisters entstammt einem 2^N-dimensionalen komplexwertigen Zustandsraum.

Quantenregister

Basis des Zustandsraums eines Quantenregisters aus zwei Qubits

- Produktbasis aus den einzelnen Qubit-Basen bilden:
  $|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle, \ldots, |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle$
- Es ergibt sich also als Zustandsraumbasis $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$

Es gilt analog zum Q-Bit:

Der Zustand des Quantenregisters ist wiederum eine Superposition dieser Basiszustände mit komplexen Koeffizienten.

Daraus folgt:

Der Zustand Ψ_{QR} eines N-Qubit-Quantenregisters entstammt einem 2^N-dimensionalen komplexwertigen Zustandsraum.

Quantenregister

Basis des Zustandsraums eines Quantenregisters aus zwei Qubits

- Produktbasis aus den einzelnen Qubit-Basen bilden: $|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle, \ldots, |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle$
- Es ergibt sich also als Zustandsraumbasis $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$

Es gilt analog zum Q-Bit:

Der Zustand des Quantenregisters ist wiederum eine Superposition dieser Basiszustände mit komplexen Koeffizienten.

Daraus folgt:

Der Zustand Ψ_{QR} eines N-Qubit-Quantenregisters entstammt einem 2^N-dimensionalen komplexwertigen Zustandsraum.

Quantenregister

Basis des Zustandsraums eines Quantenregisters aus zwei Qubits

- Produktbasis aus den einzelnen Qubit-Basen bilden:
  $|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle, \dots, |1\rangle \otimes |1\rangle = |11\rangle$
- Es ergibt sich also als Zustandsraumbasis $|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$

Es gilt analog zum Q-Bit:

Der Zustand des Quantenregisters ist wiederum eine Superposition dieser Basiszustände mit komplexen Koeffizienten.

Daraus folgt:

Der Zustand Ψ_{QR} eines N-Qubit-Quantenregisters entstammt einem 2^N-dimensionalen komplexwertigen Zustandsraum.

Quantenregister $\Leftrightarrow$ klassisches Register

klassischer Computer mit N-Bit-Register

Registerzustand ist einer von 2^N Elementen des Zustandsraums.

Quantencomputer mit N-Qubit-Register

Registerzustand Ψ_{QR} ist ein (normierter) Vektor aus $\mathbb{C}^{2^N}$:

$$\Psi_{QR} = \sum_{b=0}^{2^N-1} c_b \, |b\rangle$$

Das Superpositionsprinzip beim Quantenregister ermöglicht daher eine gewisse „Parallelität in Rechnungen“ durch „gleichzeitiges“ Rechnen aller 2^N klassischen Registerzustände.

Quantenregister $\Leftrightarrow$ klassisches Register

klassischer Computer mit N-Bit-Register

Registerzustand ist einer von 2^N Elementen des Zustandsraums.

Quantencomputer mit N-Qubit-Register

Registerzustand Ψ_{QR} ist ein (normierter) Vektor aus $\mathbb{C}^{2^N}$:

$$\Psi_{QR} = \sum_{b=0}^{2^N-1} c_b \, |b\rangle$$

Das Superpositionsprinzip beim Quantenregister ermöglicht daher eine gewisse „Parallelität in Rechnungen" durch „gleichzeitiges" Rechnen aller 2^N klassischen Registerzustände.

Quantenregister $\Leftrightarrow$ klassisches Register

klassischer Computer mit N-Bit-Register

Registerzustand ist einer von 2^N Elementen des Zustandsraums.

Quantencomputer mit N-Qubit-Register

Registerzustand Ψ_{QR} ist ein (normierter) Vektor aus $\mathbb{C}^{2^N}$:

$$\Psi_{QR} = \sum_{b=0}^{2^N-1} c_b \left| b \right\rangle$$

Das Superpositionsprinzip beim Quantenregister ermöglicht daher eine gewisse „Parallelität in Rechnungen“ durch „gleichzeitiges“ Rechnen aller 2^N klassischen Registerzustände.

verschränkte Zustände

Für das Quantencomputing sind insbesondere die verschränkten Zustände eines Quantenregisters von Bedeutung.

Beispiel:

$$\Psi_{QR} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(|00\rangle + |11\rangle\right)$$

Registerzustand nicht in Teilsystem-Zustände faktorisierbar. Misst man hier ein Qubit aus, so ist der Zustand des anderen festgelegt.

Durch verschränkte Zustände kann eine maximale Korrelation zwischen Qubits eines Quantenregisters geschaffen werden. Diese Bit-Korrelationen erlauben die Realisierung von logischen Operationen.

verschränkte Zustände

Für das Quantencomputing sind insbesondere die verschränkten Zustände eines Quantenregisters von Bedeutung.

Beispiel:

$$\Psi_{QR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|00\rangle + |11\rangle \right)$$

Registerzustand nicht in Teilsystem-Zustände faktorisierbar. Misst man hier ein Qubit aus, so ist der Zustand des anderen festgelegt.

Durch verschränkte Zustände kann eine maximale Korrelation zwischen Qubits eines Quantenregisters geschaffen werden. Diese Bit-Korrelationen erlauben die Realisierung von logischen Operationen.

verschränkte Zustände

Für das Quantencomputing sind insbesondere die verschränkten Zustände eines Quantenregisters von Bedeutung.

Beispiel:

$$\Psi_{QR} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|00\rangle + |11\rangle \right)$$

Registerzustand nicht in Teilsystem-Zustände faktorisierbar. Misst man hier ein Qubit aus, so ist der Zustand des anderen festgelegt.

Durch verschränkte Zustände kann eine maximale Korrelation zwischen Qubits eines Quantenregisters geschaffen werden. Diese Bit-Korrelationen erlauben die Realisierung von logischen Operationen.

Quantencomputer-Algorithmen

Quantencomputer-Algorithmen sorgen bei speziellen Aufgaben für einen exponentiellen Geschwindigkeitsgewinn gegenüber klassischen Rechnern. Somit werden bestimmte Probleme überhaupt erst in endlicher Zeit lösbar.

verschiedene Arten von Algorithmen:

- Quanten-Fouriertransformation (Shor,...)
- Quanten-Suchalgorithmen (Suche in unsortierter Datenbank,...)
- Quanten-Simulation (Schrödingergleichung, unitäre Evolution)

Quantencomputer-Algorithmen

Quantencomputer-Algorithmen sorgen bei speziellen Aufgaben für einen exponentiellen Geschwindigkeitsgewinn gegenüber klassischen Rechnern. Somit werden bestimmte Probleme überhaupt erst in endlicher Zeit lösbar.

verschiedene Arten von Algorithmen:

- Quanten-Fouriertransformation (Shor,...)
- Quanten-Suchalgorithmen (Suche in unsortierter Datenbank,...)
- Quanten-Simulation (Schrödingergleichung, unitäre Evolution)

Quantencomputer-Algorithmen

Quantencomputer-Algorithmen sorgen bei speziellen Aufgaben für einen exponentiellen Geschwindigkeitsgewinn gegenüber klassischen Rechnern. Somit werden bestimmte Probleme überhaupt erst in endlicher Zeit lösbar.

verschiedene Arten von Algorithmen:

- Quanten-Fouriertransformation (Shor,...)
- Quanten-Suchalgorithmen (Suche in unsortierter Datenbank,...)
- Quanten-Simulation (Schrödingergleichung, unitäre Evolution)

Quantencomputer-Algorithmen

Quantencomputer-Algorithmen sorgen bei speziellen Aufgaben für einen exponentiellen Geschwindigkeitsgewinn gegenüber klassischen Rechnern. Somit werden bestimmte Probleme überhaupt erst in endlicher Zeit lösbar.

verschiedene Arten von Algorithmen:

- Quanten-Fouriertransformation (Shor,...)
- Quanten-Suchalgorithmen (Suche in unsortierter Datenbank,...)
- Quanten-Simulation (Schrödingergleichung, unitäre Evolution)

Quantencomputer-Algorithmen

Quantencomputer-Algorithmen sorgen bei speziellen Aufgaben für einen exponentiellen Geschwindigkeitsgewinn gegenüber klassischen Rechnern. Somit werden bestimmte Probleme überhaupt erst in endlicher Zeit lösbar.

verschiedene Arten von Algorithmen:

- Quanten-Fouriertransformation (Shor,...)
- Quanten-Suchalgorithmen (Suche in unsortierter Datenbank,...)
- Quanten-Simulation (Schrödingergleichung, unitäre Evolution)

Übersicht

Zerlegung von logischen Operationen

Jede komplexe logische Operation kann man zerlegen in:

- XOR (klassisch) $\Rightarrow$ cNOT-Verknüpfung/Gatter zwischen zwei Qubits
- NOT (klassisch) $\Rightarrow$ Rotationen einzelner Qubits (auf Blochsphäre)

Daraus folgt:

Mit experimentellen Realisierungen von „Qubit-Rotation“ und „cNOT-Gate zwischen zwei Qubits“ kann man prinzipiell einen Quantenrechner konstruieren.

Zerlegung von logischen Operationen

Jede komplexe logische Operation kann man zerlegen in:

- XOR (klassisch) $\Rightarrow$ cNOT-Verknüpfung/Gatter zwischen zwei Qubits
- NOT (klassisch) $\Rightarrow$ Rotationen einzelner Qubits (auf Blochsphäre)

Daraus folgt:

Mit experimentellen Realisierungen von „Qubit-Rotation“ und „cNOT-Gate zwischen zwei Qubits“ kann man prinzipiell einen Quantenrechner konstruieren.

Zerlegung von logischen Operationen

Jede komplexe logische Operation kann man zerlegen in:

- XOR (klassisch) $\Rightarrow$ cNOT-Verknüpfung/Gatter zwischen zwei Qubits
- NOT (klassisch) $\Rightarrow$ Rotationen einzelner Qubits (auf Blochsphäre)

Daraus folgt:

Mit experimentellen Realisierungen von „Qubit-Rotation“ und „cNOT-Gate zwischen zwei Qubits“ kann man prinzipiell einen Quantenrechner konstruieren.

Zerlegung von logischen Operationen

Jede komplexe logische Operation kann man zerlegen in:

- XOR (klassisch) $\Rightarrow$ cNOT-Verknüpfung/Gatter zwischen zwei Qubits
- NOT (klassisch) $\Rightarrow$ Rotationen einzelner Qubits (auf Blochsphäre)

Daraus folgt:

Mit experimentellen Realisierungen von „Qubit-Rotation“ und „cNOT-Gate zwischen zwei Qubits“ kann man prinzipiell einen Quantenrechner konstruieren.

Die controlled-NOT Verknüpfung

formale Definition:

$$\hat{C}_{12} : |\epsilon_1\rangle\,|\epsilon_2\rangle \longrightarrow |\epsilon_1\rangle\,|\epsilon_1 \oplus \epsilon_2\rangle \text{ mit } \oplus\text{: Addition modulo 2}$$

die cNOT-Verknüpfung entspricht also der klassischen XOR-Verknüpfung

Die controlled-NOT Verknüpfung

formale Definition:

$$\hat{C}_{12} : |\epsilon_1\rangle\,|\epsilon_2\rangle \longrightarrow |\epsilon_1\rangle\,|\epsilon_1 \oplus \epsilon_2\rangle \text{ mit } \oplus\text{: Addition modulo 2}$$

$$|0\rangle|0\rangle \rightarrow |0\rangle|0\rangle$$
$$|0\rangle|1\rangle \rightarrow |0\rangle|1\rangle$$
$$|1\rangle|0\rangle \rightarrow |1\rangle|1\rangle$$
$$|1\rangle|1\rangle \rightarrow |1\rangle|0\rangle$$

control bit

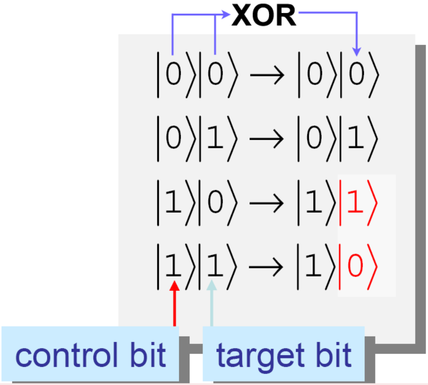
target bit

die cNOT-Verknüpfung entspricht also der klassischen XOR-Verknüpfung

Die controlled-NOT Verknüpfung

formale Definition:

$$\hat{C}_{12} : |\epsilon_1\rangle\, |\epsilon_2\rangle \longrightarrow |\epsilon_1\rangle\, |\epsilon_1 \oplus \epsilon_2\rangle \text{ mit } \oplus\text{: Addition modulo 2}$$

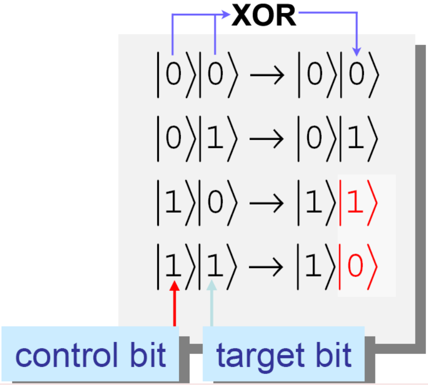


die cNOT-Verknüpfung entspricht also der klassischen XOR-Verknüpfung

Die controlled-NOT Verknüpfung

formale Definition:

$$\hat{C}_{12} : |\epsilon_1\rangle\,|\epsilon_2\rangle \longrightarrow |\epsilon_1\rangle\,|\epsilon_1 \oplus \epsilon_2\rangle \text{ mit } \oplus\text{: Addition modulo 2}$$



die cNOT-Verknüpfung entspricht also der klassischen XOR-Verknüpfung

Übersicht

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- lange Kohärenzzeiten (länger als die „Rechenzeit“)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)
- ein skalierbares System (also prinzipiell beliebig erweiterbar)

Es gibt verschiedene Ansätze

überwiegend theor. Konzept; Realisierungen auf kleinem Maßstab erfolgt:

... zum Beispiel mit Kernspinresonanz (2001: Shors Algorithmus auf 7-Qubit-Quantencomputer $\Rightarrow 15 = 3 \cdot 5$) - aber: **nicht skalierbar**

Übersicht

Ionen-Idee: grundsätzliches Prinzip (publiziert 1995)

Quantum Computations with Cold Trapped Ions (CIRAC and ZOLLER, Phys. Rev. Lett., 1995)

- Ionen werden in einer PAUL-Falle im UHV „gefangen“ und gekühlt
- ein Ion $\hat{=}$ ein Qubit (metastab. elektr. Übergang)
- Ionen werden mit Laserlicht manipuliert
- Ionen sind untereinander durch Phononen gekoppelt

Ionen-Idee: grundsätzliches Prinzip (publiziert 1995)

Quantum Computations with Cold Trapped Ions (CIRAC and ZOLLER, Phys. Rev. Lett., 1995)

- Ionen werden in einer PAUL-Falle im UHV „gefangen" und gekühlt
- ein Ion $\hat{=}$ ein Qubit (metastab. elektr. Übergang)
- Ionen werden mit Laserlicht manipuliert
- Ionen sind untereinander durch Phononen gekoppelt

Ionen-Idee: grundsätzliches Prinzip (publiziert 1995)

Quantum Computations with Cold Trapped Ions (Cirac and Zoller, Phys. Rev. Lett., 1995)

- Ionen werden in einer Paul-Falle im UHV „gefangen" und gekühlt
- ein Ion $\hat{=}$ ein Qubit (metastab. elektr. Übergang)
- Ionen werden mit Laserlicht manipuliert
- Ionen sind untereinander durch Phononen gekoppelt

Ionen-Idee: grundsätzliches Prinzip (publiziert 1995)

Quantum Computations with Cold Trapped Ions (CIRAC and ZOLLER, Phys. Rev. Lett., 1995)

- Ionen werden in einer PAUL-Falle im UHV „gefangen" und gekühlt
- ein Ion $\hat{=}$ ein Qubit (metastab. elektr. Übergang)
- Ionen werden mit Laserlicht manipuliert
- Ionen sind untereinander durch Phononen gekoppelt

Ionen-Idee: grundsätzliches Prinzip (publiziert 1995)

Quantum Computations with Cold Trapped Ions (Cirac and Zoller, Phys. Rev. Lett., 1995)

- Ionen werden in einer Paul-Falle im UHV „gefangen“ und gekühlt
- ein Ion $\hat{=}$ ein Qubit (metastab. elektr. Übergang)
- Ionen werden mit Laserlicht manipuliert
- Ionen sind untereinander durch Phononen gekoppelt

theoretische Vorteile des Konzepts

- Dekohärenz vernachlässigbar klein (optische Kommunikation, UHV, Kühlung)
- durch Ion-Ion-Kopplung können Qubit-Gatter realisiert werden
- Messungen können mit hoher Effizienz durchgeführt werden
- skalierbar

theoretische Vorteile des Konzepts

- Dekohärenz vernachlässigbar klein (optische Kommunikation, UHV, Kühlung)
- durch Ion-Ion-Kopplung können Qubit-Gatter realisiert werden
- Messungen können mit hoher Effizienz durchgeführt werden
- skalierbar

theoretische Vorteile des Konzepts

- Dekohärenz vernachlässigbar klein (optische Kommunikation, UHV, Kühlung)
- durch Ion-Ion-Kopplung können Qubit-Gatter realisiert werden
- Messungen können mit hoher Effizienz durchgeführt werden
- skalierbar

theoretische Vorteile des Konzepts

- Dekohärenz vernachlässigbar klein (optische Kommunikation, UHV, Kühlung)
- durch Ion-Ion-Kopplung können Qubit-Gatter realisiert werden
- Messungen können mit hoher Effizienz durchgeführt werden
- skalierbar

theoretische Vorteile des Konzepts

- Dekohärenz vernachlässigbar klein (optische Kommunikation, UHV, Kühlung)
- durch Ion-Ion-Kopplung können Qubit-Gatter realisiert werden
- Messungen können mit hoher Effizienz durchgeführt werden
- skalierbar

Übersicht

1. Teil I - Grundlagen
   - Motivation Quantencomputer
   - Logische Operationen
   - Anforderungen bei experimenteller Realisierung
   - Die Idee von Cirac und Zoller
   - **grundlegende Komponenten**
2. Teil II - Operationen auf dem System
   - Manipulation des Systems
   - Mathematische Beschreibung
   - CNOT-Gatter
3. Teil III - Experimente
   - Realisierung des cNOT-Gatters
   - Untersuchung von verschränkten Zuständen
   - Ausblick (Ionenfalle im Mikrochip)

Ionenfalle (Paul-Falle)

Earnshaw-Theorem:

„Statische Felder können eine Ladung nicht stabil einfangen.“

Lösung mit Paul-Falle :

- ursprüngliche Version (Nobelpreis 1989 an Wolfgang Paul)
- Erweiterung zur linearen Version

Ionenfalle (Paul-Falle)

Earnshaw-Theorem:

„Statische Felder können eine Ladung nicht stabil einfangen.“

Lösung mit Paul-Falle :

- ursprüngliche Version (Nobelpreis 1989 an Wolfgang Paul)
- Erweiterung zur linearen Version

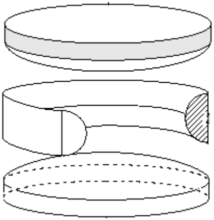
Ionenfalle (Paul-Falle)

Earnshaw-Theorem:

„Statische Felder können eine Ladung nicht stabil einfangen.“

Lösung mit Paul-Falle :

- ursprüngliche Version (Nobelpreis 1989 an Wolfgang Paul)
- Erweiterung zur linearen Version



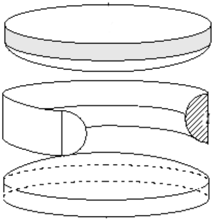
Ionenfalle (Paul-Falle)

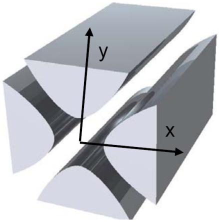
Earnshaw-Theorem:

„Statische Felder können eine Ladung nicht stabil einfangen.“

Lösung mit Paul-Falle :

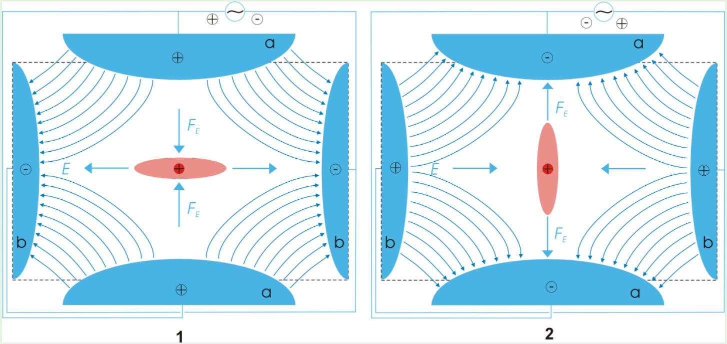
- ursprüngliche Version (Nobelpreis 1989 an Wolfgang Paul)
- Erweiterung zur linearen Version





Quadrupol-Wechselfeld

Oszillierendes Wechselfeld erzeugt „Pseudopotential“. Querschnitt:

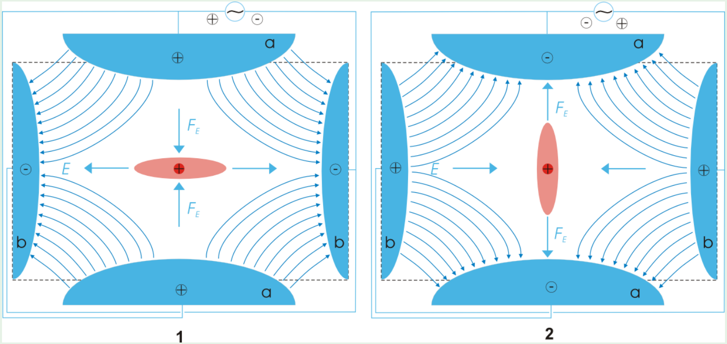


Für die lineare PAUL-Falle gilt:

- es gibt eine (z-) Achse für die das „Pseudopotential“ minimal ist
- radiale Schwingungsmoden ($\omega_{x,y}$) existieren mit geringer Amplitude

Quadrupol-Wechselfeld

Oszillierendes Wechselfeld erzeugt „Pseudopotential“. Querschnitt:

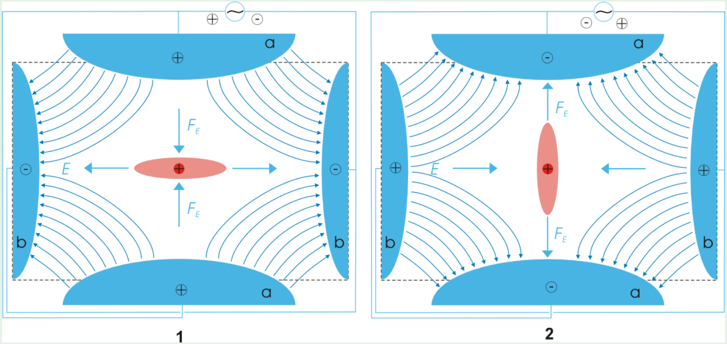


Für die lineare Paul-Falle gilt:

- es gibt eine (z-) Achse für die das „Pseudopotential“ minimal ist
- radiale Schwingungsmoden ($\omega_{x,y}$) existieren mit geringer Amplitude

Quadrupol-Wechselfeld

Oszillierendes Wechselfeld erzeugt „Pseudopotential“. Querschnitt:

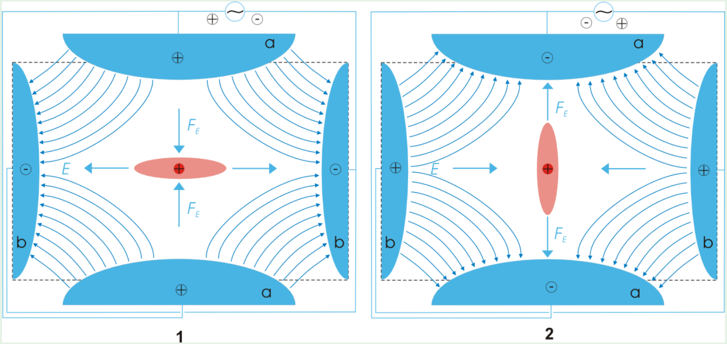


Für die lineare Paul-Falle gilt:

- es gibt eine (z-) Achse für die das „Pseudopotential“ minimal ist
- radiale Schwingungsmoden ($\omega_{x,y}$) existieren mit geringer Amplitude

Quadrupol-Wechselfeld

Oszillierendes Wechselfeld erzeugt „Pseudopotential“. Querschnitt:

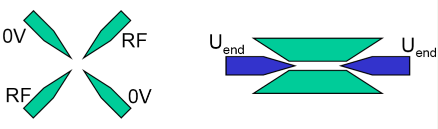


Für die lineare PAUL-Falle gilt:

- es gibt eine (z-) Achse für die das „Pseudopotential“ minimal ist
- radiale Schwingungsmoden ($\omega_{x,y}$) existieren mit geringer Amplitude

Statisches Potential in z-Richtung

Zwei Endkappen auf gleichem (hohem) Potential sperren Ionen ein:

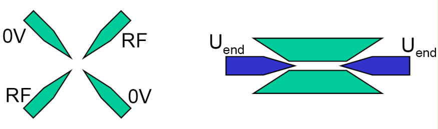


Verlauf des statischen Potentials:

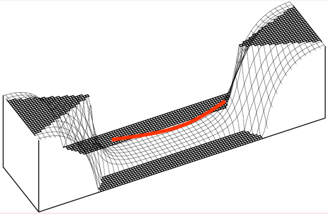
Harmonische Näherung liefert axiale Schwingungsmoden (mit Eigenfrequenzen ω_z).

Statisches Potential in z-Richtung

Zwei Endkappen auf gleichem (hohem) Potential sperren Ionen ein:



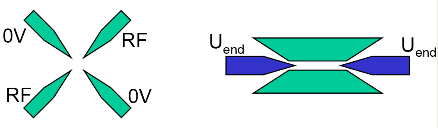
Verlauf des statischen Potentials:



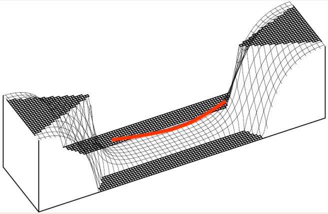
Harmonische Näherung liefert axiale Schwingungsmoden (mit Eigenfrequenzen ω_z).

Statisches Potential in z-Richtung

Zwei Endkappen auf gleichem (hohem) Potential sperren Ionen ein:



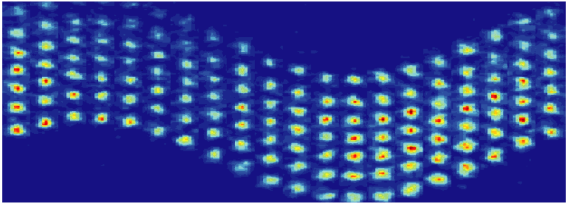
Verlauf des statischen Potentials:



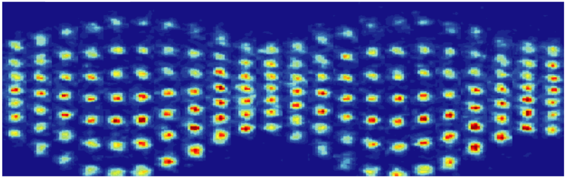
Harmonische Näherung liefert axiale Schwingungsmoden (mit Eigenfrequenzen ω_z).

Ausgewählte axiale Schwingungsmoden

"center of mass" - Mode



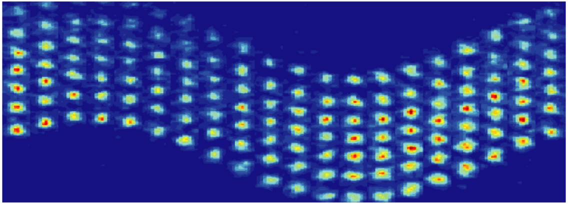
"breathing" - Mode



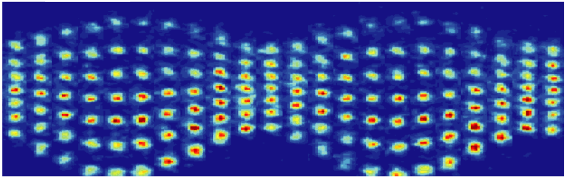
Idee: einzelnes COM-Phonon soll als „Bus“ dienen mit $n \in \{0, 1\}$

Ausgewählte axiale Schwingungsmoden

"center of mass" - Mode



"breathing" - Mode



Idee: einzelnes COM-Phonon soll als „Bus“ dienen mit $n \in \{0, 1\}$

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode" soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode" soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode" soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode“ soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode“ soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode“ soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Anforderungen an die Kühlung

Radialmoden:

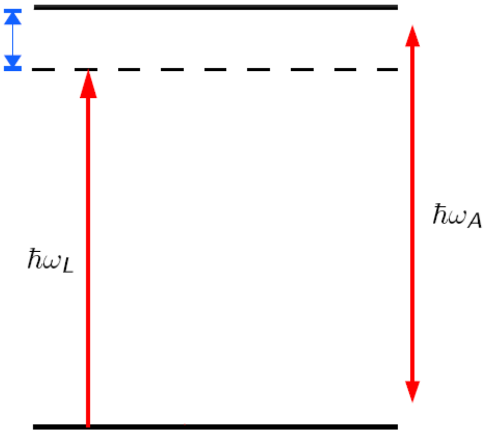
- in den radialen Moden muss so wenig Energie wie möglich stecken (Dekohärenz minimieren!)
- $\Rightarrow$ **Dopplerkühlung** (mit Lasern) ermöglicht Impulsminimierung von Atomen und sichere Kühlung auf unter $1\,K$

Axialmoden:

- die „Busmode“ soll nur im Grundzustand $n = 0$ oder $n = 1$ vorliegen
- das System muss also durch maximale Kühlung auf $n = 0$ initialisiert werden können
- $\Rightarrow$ **Seitenbandkühlung** (mit Lasern) kann dazu verwendet werden, n sukzessive auf 0 zu erniedrigen.

Dopplerkühlung

Ein Laserstrahl wird leicht rotverschoben bezüglich eines ausgewählten Übergangs auf ein Atom eingestrahlt:



Dopplerkühlung

- Absorption nur, wenn Atombewegung in Richtung der einfallenden Photonen
- bei spontaner Emission wird dann Energie aus der Bewegung genommen
- Impulsbetrachtung: gerichteter Impulsübertrag bei Anregung, isotrope Verteilung bei spontaner Emission $\Rightarrow$ effektive Impulsreduzierung gegen Strahlrichtung

Dopplerkühlung

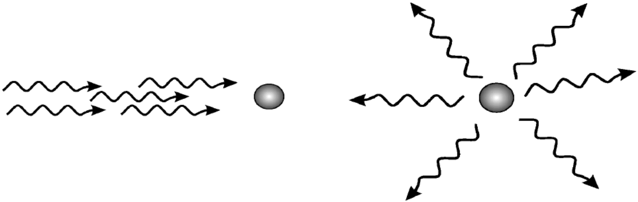
- Absorption nur, wenn Atombewegung in Richtung der einfallenden Photonen
- bei spontaner Emission wird dann Energie aus der Bewegung genommen
- Impulsbetrachtung: gerichteter Impulsübertrag bei Anregung, isotrope Verteilung bei spontaner Emission $\Rightarrow$ effektive Impulsreduzierung gegen Strahlrichtung

Dopplerkühlung

- Absorption nur, wenn Atombewegung in Richtung der einfallenden Photonen
- bei spontaner Emission wird dann Energie aus der Bewegung genommen
- Impulsbetrachtung: gerichteter Impulsübertrag bei Anregung, isotrope Verteilung bei spontaner Emission $\Rightarrow$ effektive Impulsreduzierung gegen Strahlrichtung

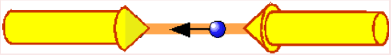
Dopplerkühlung

- Absorption nur, wenn Atombewegung in Richtung der einfallenden Photonen
- bei spontaner Emission wird dann Energie aus der Bewegung genommen
- Impulsbetrachtung: gerichteter Impulsübertrag bei Anregung, isotrope Verteilung bei spontaner Emission $\Rightarrow$ effektive Impulsreduzierung gegen Strahlrichtung



Dopplerkühlung

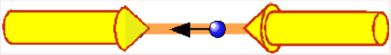
Durch zwei gegeneinanderlaufende Strahlen...



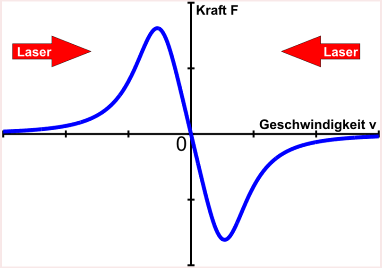
...ergibt sich die Fixierung eines Atoms in einer Dimension:

Dopplerkühlung

Durch zwei gegeneinanderlaufende Strahlen...



...ergibt sich die Fixierung eines Atoms in einer Dimension:



Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit"

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit“

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit“

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit“

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit“

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit“

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Dopplerkühlung

Doppler-Limit:

- der Kühlprozess relaxiert in sein Gleichgewicht
- die tiefste erreichbare Temperatur heißt „Doppler-Limit“

Größenordnung:

- Limit T_{DL} hängt von der Zerfallsrate γ (Linienbreite) des Atomübergangs ab:

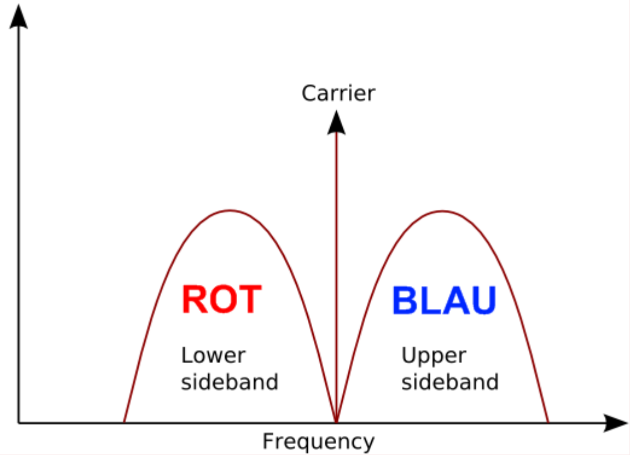
$$T_{DL} = \frac{\hbar\gamma}{2k_B}$$

- $O(100\mu K)$

Die x, y-Schwingungen können damit ausreichend stark gedämpft werden!

Seitenbandkühlung

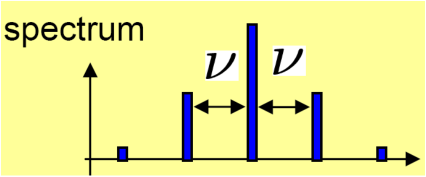
Begriffsklärung:

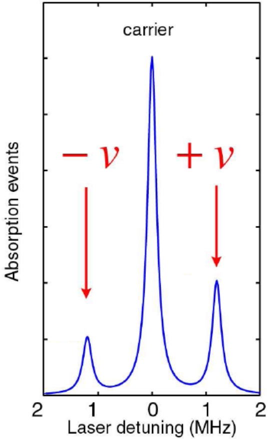


Seitenbandkühlung

schwingendes Ion:

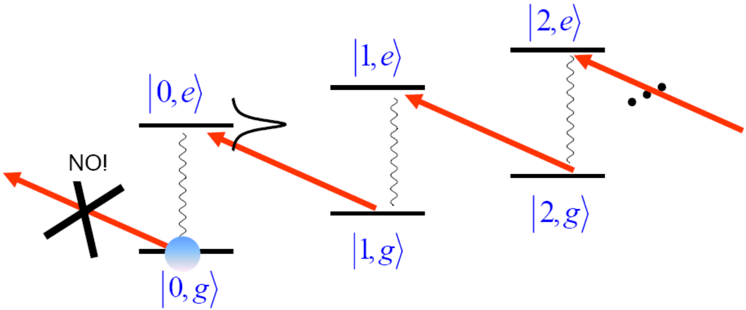
gleichzeitige Anregung von elektr. und Schwingungsübergang





Seitenbandkühlung

Optisches Pumpen in den Schwingungsgrundzustand $n = 0$:



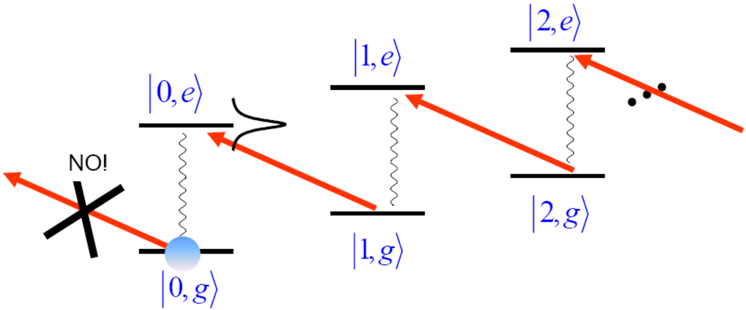
Nomenklatur:

Phonon: $|0\rangle, |1\rangle \hat{=} |n=0\rangle, |n=1\rangle$

elektr. Zustand: $|g\rangle, |e\rangle \hat{=}$ **g**roundstate, **e**xcited

Seitenbandkühlung

Optisches Pumpen in den Schwingungsgrundzustand $n = 0$:



Nomenklatur:

Phonon: $|0\rangle\,,|1\rangle \mathrel{\widehat{=}} |n=0\rangle\,,|n=1\rangle$

elektr. Zustand: $|g\rangle\,,|e\rangle \mathrel{\widehat{=}}$ **g**roundstate, **e**xcited

Übersicht

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0 / \hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega}\sin\frac{\Omega}{2}t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

- ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)
- ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$
- χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$
- Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$
- Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega}\sin\frac{\Omega}{2}t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

- ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)
- ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

- χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0 / \hbar$
- Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$
- Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0 / \hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0 / \hbar$

Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Ozillationen

Periodische Störung eines 2-Niveau-Systems

$$\Psi = c_g|g\rangle + c_e|e\rangle$$

klassisch: Absorption und stimulierte Emission

QM: Oszillation der Besetzungswahrscheinlichkeiten

Rabi-Oszillation

$$c_e = \frac{\chi}{\Omega} \sin \frac{\Omega}{2} t$$

ω_L: Laser-Frequenz ($E = E_0 \cos \omega t$)

ω: elektronischer Übergang $\omega = \omega_e - \omega_g$

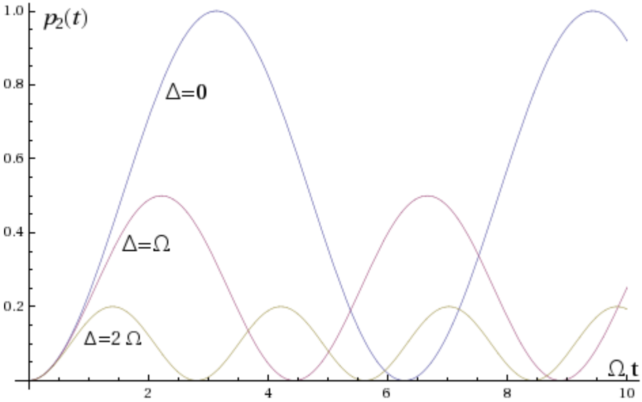
χ: resonante Rabi-Frequenz $\chi = \mu E_0/\hbar$

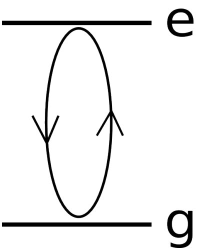
Δ: Verstimmung des Lasers $\Delta = \omega_L - \omega$

Ω: Rabi-Frequenz $\Omega = \sqrt{\chi^2 + \Delta^2}$

Rabi-Oszillationen

$$p_2(t) = c_e^2(t) = \frac{\chi^2}{\chi^2+\Delta^2}\sin^2\left(\frac{\sqrt{\chi^2+\Delta^2}}{2}t\right) = \frac{\chi^2}{\Omega^2}\sin^2\left(\frac{\Omega}{2}t\right)$$



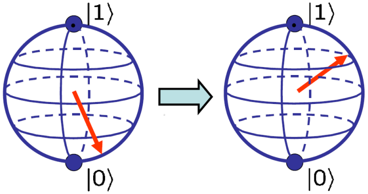


Rotationen auf der Blochkugel

- Die Wechselwirkung mit dem Laser (über die Rabi-Oszillationen) dreht den Zustandsvektor auf der Blochkugel.
- Der Drehwinkel wird durch die Pulsdauer t (und die Rabi-Frequenz Ω) bestimmt.
- Die Drehachse wird durch die Phasenverschiebung ϕ zwischen Laser und Ion festgelegt.

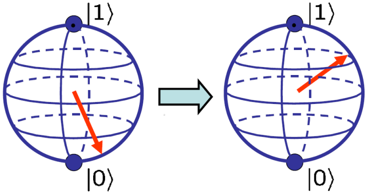
Rotationen auf der Blochkugel

- Die Wechselwirkung mit dem Laser (über die Rabi-Oszillationen) dreht den Zustandsvektor auf der Blochkugel.
- Der Drehwinkel wird durch die Pulsdauer t (und die Rabi-Frequenz Ω) bestimmt.
- Die Drehachse wird durch die Phasenverschiebung ϕ zwischen Laser und Ion festgelegt.



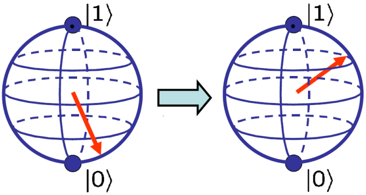
Rotationen auf der Blochkugel

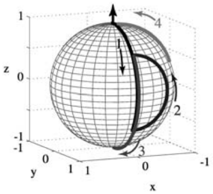
- Die Wechselwirkung mit dem Laser (über die Rabi-Oszillationen) dreht den Zustandsvektor auf der Blochkugel.
- Der Drehwinkel wird durch die Pulsdauer t (und die Rabi-Frequenz Ω) bestimmt.
- Die Drehachse wird durch die Phasenverschiebung ϕ zwischen Laser und Ion festgelegt.

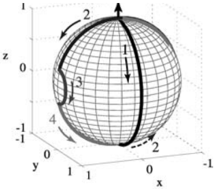


Rotationen auf der Blochkugel

- Die Wechselwirkung mit dem Laser (über die Rabi-Oszillationen) dreht den Zustandsvektor auf der Blochkugel.
- Der Drehwinkel wird durch die Pulsdauer t (und die Rabi-Frequenz Ω) bestimmt.
- Die Drehachse wird durch die Phasenverschiebung ϕ zwischen Laser und Ion festgelegt.







Übersicht

Laser-Ion-Phonon-Interaktion im Wechselwirkungsbild

- Beschreibung der Störung durch Hamiltonoperator $\hat{H}_{las}$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{las}$$

- Wähle Eigensystem von $\hat{H}_0$ als Basis

- Zeitentwicklung der Zustände $|\Psi'\rangle = e^{-i\hat{H}_0 t}|\Psi\rangle$:

$$\hat{U} = e^{i\hat{H}_{las} t}$$

Laser-Ion-Phonon-Interaktion im Wechselwirkungsbild

- Beschreibung der Störung durch Hamiltonoperator $\hat{H}_{las}$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{las}$$

- Wähle Eigensystem von $\hat{H}_0$ als Basis

- Zeitentwicklung der Zustände $|\Psi'\rangle = e^{-i\hat{H}_0 t}|\Psi\rangle$:

$$\hat{U} = e^{i\hat{H}_{las} t}$$

Laser-Ion-Phonon-Interaktion im Wechselwirkungsbild

- Beschreibung der Störung durch Hamiltonoperator $\hat{H}_{las}$:

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}_{las}$$

- Wähle Eigensystem von $\hat{H}_0$ als Basis

- Zeitentwicklung der Zustände $|\Psi'\rangle = e^{-i\hat{H}_0 t}|\Psi\rangle$:

$$\hat{U} = e^{i\hat{H}_{las}t}$$

Näherungen

- Lamb-Dicke-Limit:
  Rückstoßenergie des Photons $\ll$ Schwingungsenergie des Phonons.
  Elektronische Übergänge mit $\Delta = 0$ stören die Phononen nicht!

  Lamb-Dicke Parameter $\eta = \sqrt{\frac{\omega_{recoil}}{\omega_{trap}}} \ll 1$

- Weak excitation limit:
  Für schwache Laserintensitäten wird nur eine Schwingungsmode angeregt!

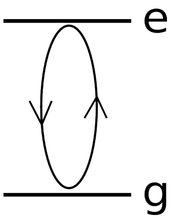
Näherungen

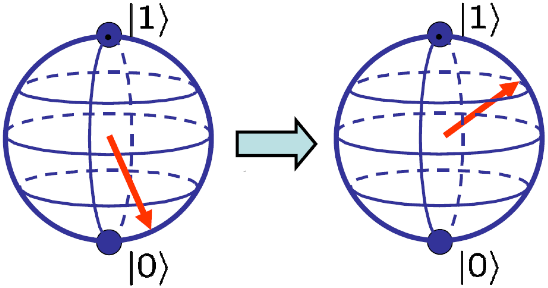
- Lamb-Dicke-Limit:
  Rückstoßenergie des Photons $\ll$ Schwingungsenergie des Phonons.
  Elektronische Übergänge mit $\Delta = 0$ stören die Phononen nicht!

  $$\text{Lamb-Dicke Parameter } \eta = \sqrt{\frac{\omega_{recoil}}{\omega_{trap}}} \ll 1$$

- Weak excitation limit:
  Für schwache Laserintensitäten wird nur eine Schwingungsmode angeregt!

Rotation eines einzelnen Qbit





Rotation eines einzelnen Qbit

- Resonante Anregung eines Ions ($\Delta = 0$):

$$\hat{H}^n_{rot} = \frac{\Omega_{rot}}{2}(\sigma_n^+ e^{-i\Phi} + \sigma_n^- e^{i\Phi}) \qquad \text{wähle } t = \frac{k\pi}{\Omega_{rot}}$$

- Zeitentwicklung durch $k\pi$-Puls:

$$\begin{aligned} |g\rangle_n &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n - ie^{+i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n \\ |e\rangle_n &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n - ie^{-i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n \end{aligned}$$

- Beispiel NOT-Gate ($k = 1, \Phi = \frac{\pi}{2}$):

$$\begin{aligned} |g\rangle_n &\rightarrow |e\rangle_n \\ |e\rangle_n &\rightarrow -|g\rangle_n \end{aligned}$$

Rotation eines einzelnen Qbit

- Resonante Anregung eines Ions ($\Delta = 0$):

$$\hat{H}^n_{rot} = \frac{\Omega_{rot}}{2}(\sigma_n^+ e^{-i\Phi} + \sigma_n^- e^{i\Phi}) \qquad \text{wähle } t = \frac{k\pi}{\Omega_{rot}}$$

- Zeitentwicklung durch $k\pi$-Puls:

$$\begin{aligned} |g\rangle_n &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n - ie^{+i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n \\ |e\rangle_n &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n - ie^{-i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n \end{aligned}$$

- Beispiel NOT-Gate ($k = 1, \Phi = \frac{\pi}{2}$):

$$\begin{aligned} |g\rangle_n &\rightarrow |e\rangle_n \\ |e\rangle_n &\rightarrow -|g\rangle_n \end{aligned}$$

Rotation eines einzelnen Qbit

- Resonante Anregung eines Ions ($\Delta = 0$):

$$\hat{H}^n_{rot} = \frac{\Omega_{rot}}{2}(\sigma_n^+ e^{-i\Phi} + \sigma_n^- e^{i\Phi}) \qquad \text{wähle } t = \frac{k\pi}{\Omega_{rot}}$$

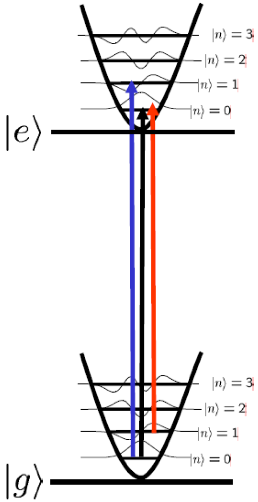
- Zeitentwicklung durch $k\pi$-Puls:

$$\begin{aligned} |g\rangle_n &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n - ie^{+i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n \\ |e\rangle_n &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n - ie^{-i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n \end{aligned}$$

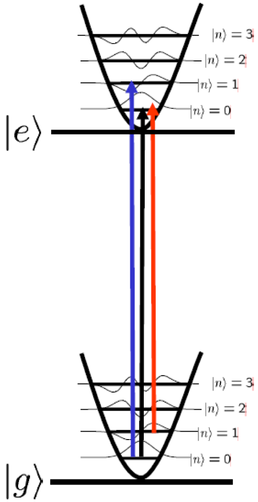
- Beispiel NOT-Gate ($k = 1, \Phi = \frac{\pi}{2}$):

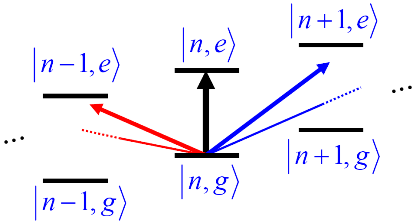
$$\begin{aligned} |g\rangle_n &\rightarrow |e\rangle_n \\ |e\rangle_n &\rightarrow -|g\rangle_n \end{aligned}$$

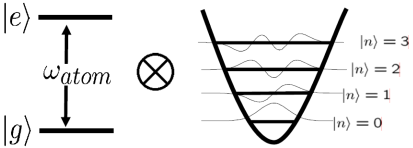
Elektron-Schwingungs-Übergänge



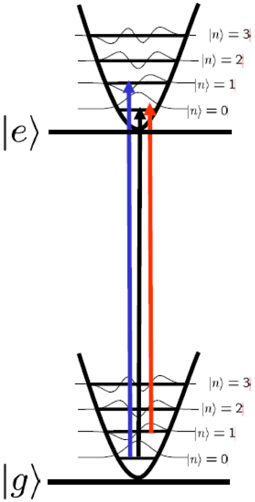
Elektron-Schwingungs-Übergänge

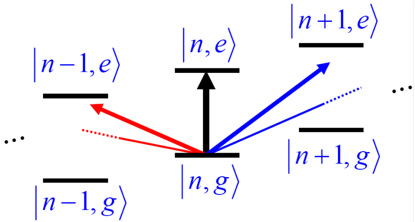


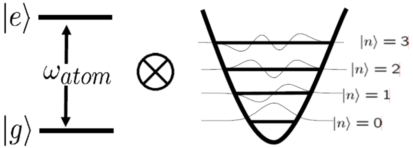




Elektron-Schwingungs-Übergänge







Elektron-Schwingungs-Übergänge

- Anregung eines Ions im Seitenband:

$$\hat{H}_{es}^{n} = \frac{\Omega_{es}}{2\sqrt{N}}\eta(a\sigma_n^+ e^{-i\Phi} + a^\dagger \sigma_n^- e^{i\Phi}) \qquad \text{wähle } t = k\pi \left(\frac{\Omega_{es}}{\sqrt{N}}\eta\right)^{-1}$$

- Zeitentwicklung durch $k\pi$-Puls:

$$\begin{aligned} |g\rangle_n|1\rangle &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n|1\rangle - ie^{+i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n|0\rangle \\ |e\rangle_n|0\rangle &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n|0\rangle - ie^{-i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n|1\rangle \\ |g\rangle_n|0\rangle &\rightarrow |g\rangle_n|0\rangle \end{aligned}$$

Elektron-Schwingungs-Übergänge

- Anregung eines Ions im Seitenband:

$$\hat{H}^n_{es} = \frac{\Omega_{es}}{2\sqrt{N}}\eta(a\sigma^+_n e^{-i\Phi} + a^\dagger\sigma^-_n e^{i\Phi}) \qquad \text{wähle } t = k\pi\left(\frac{\Omega_{es}}{\sqrt{N}}\eta\right)^{-1}$$

- Zeitentwicklung durch $k\pi$-Puls:

$$\begin{aligned}
|g\rangle_n|1\rangle &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n|1\rangle - ie^{+i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n|0\rangle \\
|e\rangle_n|0\rangle &\rightarrow \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)|e\rangle_n|0\rangle - ie^{-i\Phi}\sin\left(\frac{k\pi}{2}\right)|g\rangle_n|1\rangle \\
|g\rangle_n|0\rangle &\rightarrow |g\rangle_n|0\rangle
\end{aligned}$$

Übersicht

Phasengatter

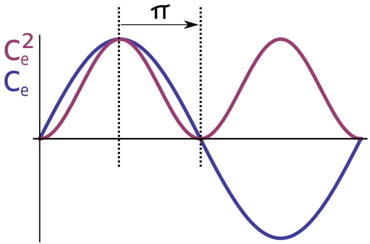
Phasenänderung des target bits (t), wenn control bit (c) auf 1

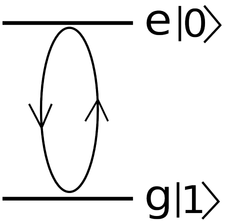
1. π-Puls auf c: Kopie des control bit auf die Schwingungsmode ($\Phi = 0,\ k = \pi$)
2. 2π-Puls auf t: Phasenänderung des target bit ($\Phi = 0,\ k = 2\pi$)
3. π-Puls auf c: Kopie der Schwingungsmode auf das control bit ($\Phi = 0,\ k = \pi$)

Phasengatter

Phasenänderung des target bits (t), wenn control bit (c) auf 1

1. π-Puls auf c: Kopie des control bit auf die Schwingungsmode $(\Phi = 0,\ k = \pi)$
2. 2π-Puls auf t: Phasenänderung des target bit $(\Phi = 0,\ k = 2\pi)$
3. π-Puls auf c: Kopie der Schwingungsmode auf das control bit $(\Phi = 0,\ k = \pi)$

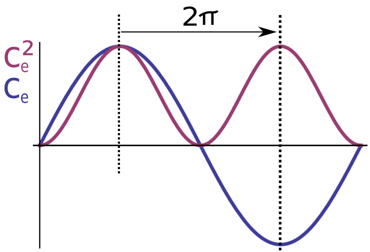


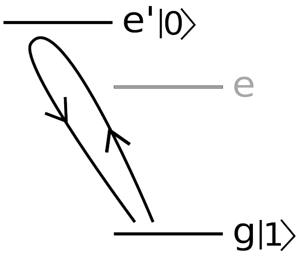


Phasengatter

Phasenänderung des target bits (t), wenn control bit (c) auf 1

1. π-Puls auf c: Kopie des control bit auf die Schwingungsmode $(\Phi = 0,\ k = \pi)$
2. 2π-Puls auf t: Phasenänderung des target bit $(\Phi = 0,\ k = 2\pi)$
3. π-Puls auf c: Kopie der Schwingungsmode auf das control bit $(\Phi = 0,\ k = \pi)$

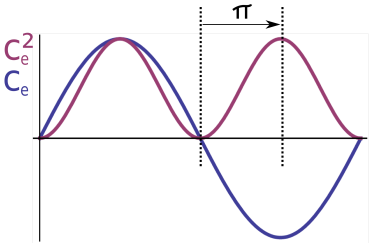


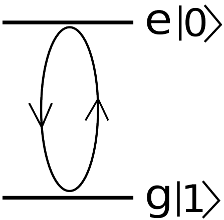


Phasengatter

Phasenänderung des target bits (t), wenn control bit (c) auf 1

1. π-Puls auf c: Kopie des control bit auf die Schwingungsmode $(\Phi = 0,\ k = \pi)$
2. 2π-Puls auf t: Phasenänderung des target bit $(\Phi = 0,\ k = 2\pi)$
3. π-Puls auf c: Kopie der Schwingungsmode auf das control bit $(\Phi = 0,\ k = \pi)$





Phasengatter

Phasenänderung des target bits (t), wenn control bit (c) auf 1

1. π-Puls auf c: Kopie des control bit auf die Schwingungsmode $(\Phi = 0,\ k = \pi)$
2. 2π-Puls auf t: Phasenänderung des target bit $(\Phi = 0,\ k = 2\pi)$
3. π-Puls auf c: Kopie der Schwingungsmode auf das control bit $(\Phi = 0,\ k = \pi)$

$$
\begin{array}{ccccccc}
 & 1 & & 2 & & 3 & \\
|g\rangle_c|g\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & |g\rangle_c|g\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & |g\rangle_c|g\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & |g\rangle_c|g\rangle_t|0\rangle \\
|g\rangle_c|e\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & |g\rangle_c|e\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & |g\rangle_c|e\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & |g\rangle_c|e\rangle_t|0\rangle \\
|e\rangle_c|g\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & -i|g\rangle_c|g\rangle_t|1\rangle & \longrightarrow & i|g\rangle_c|g\rangle_t|1\rangle & \longrightarrow & |e\rangle_c|g\rangle_t|0\rangle \\
|e\rangle_c|e\rangle_t|0\rangle & \longrightarrow & -i|g\rangle_c|e\rangle_t|1\rangle & \longrightarrow & -i|g\rangle_c|e\rangle_t|1\rangle & \longrightarrow & -|e\rangle_c|e\rangle_t|0\rangle
\end{array}
$$

Phasengatter

Betrachte:

$$|\pm\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle \pm |e\rangle)$$

Phasengatter zusammengefasst:

$$\begin{aligned} |g\rangle_c|\pm\rangle_t &\longrightarrow |g\rangle_c|\pm\rangle_t \\ |e\rangle_c|\pm\rangle_t &\longrightarrow |g\rangle_c|\mp\rangle_t \end{aligned}$$

Komplettes CNOT-Gatter

Rotation $\hat{U}^{c}_{rot}$ + Phasengatter $\hat{U}^{t}_{pg}$

$$\hat{U}_{cnot} = \hat{U}^{-1}_{rot,c}\ \hat{U}_{pg,t}\ \hat{U}_{rot,c}$$

Fünf Minuten Pause!